

# Ações de Controle Básicas e Controladores Automáticos Industriais



---

Referência:

- Engenharia de Controle Moderno
- Katsuhiko Ogata

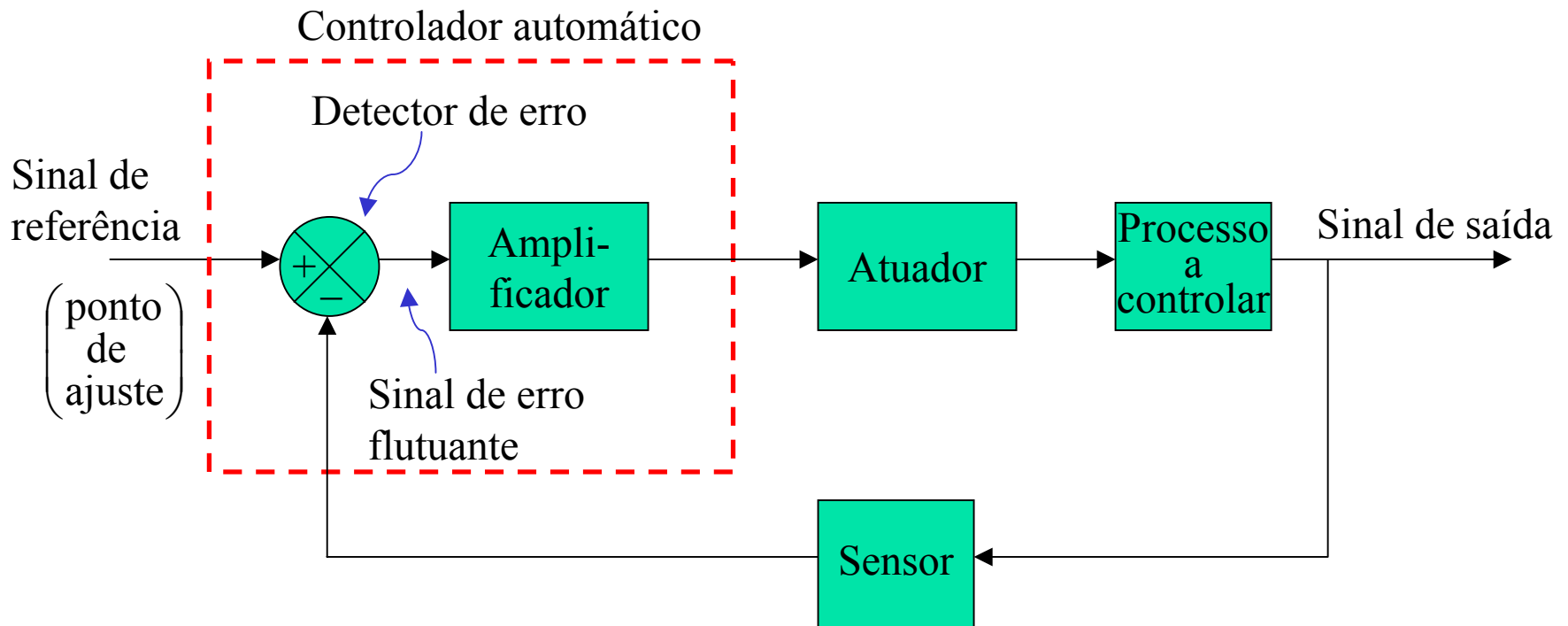


# Ações de Controle Básicas

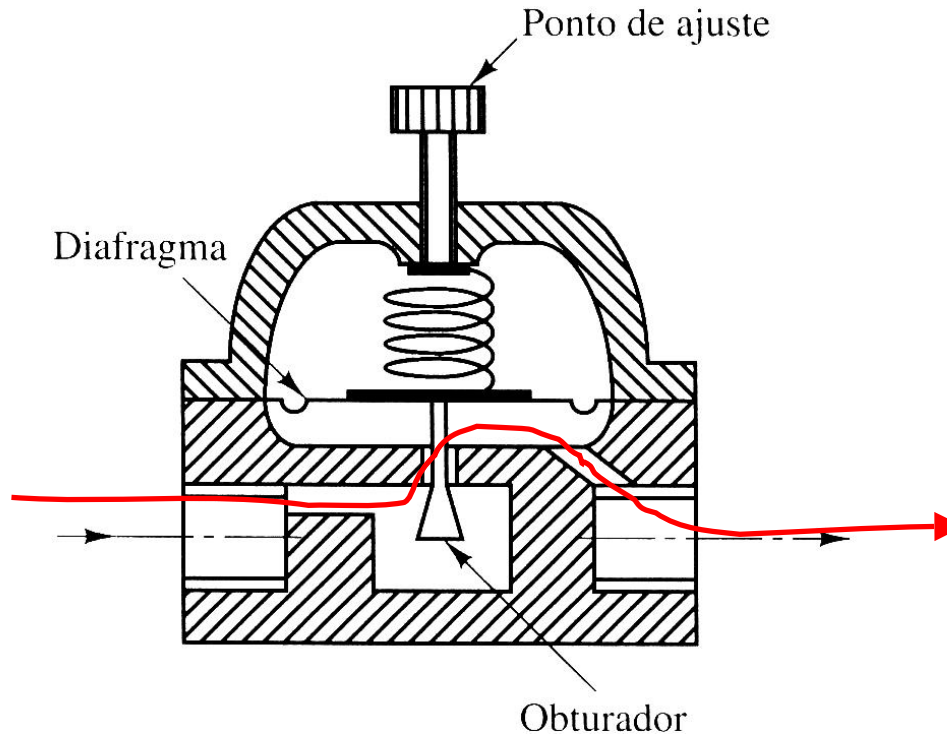
---

- Controladores de duas posições ou liga-desliga
- Controladores proporcionais
- Controladores do tipo integral
- Controladores do tipo proporcional e integral
- Controladores do tipo proporcional e derivativo
- Controladores do tipo proporcional, integral e derivativo

# Controlador automático, atuador e sensor (elemento de medição)



# Controladores auto operados

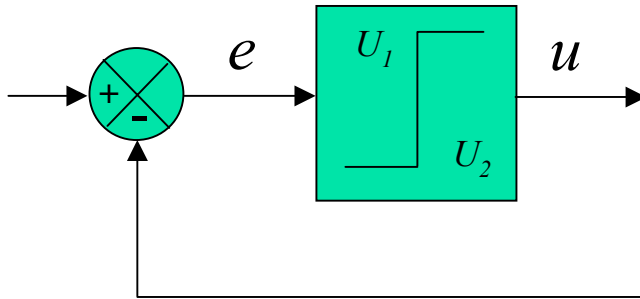


Válvula  
redutora de  
pressão

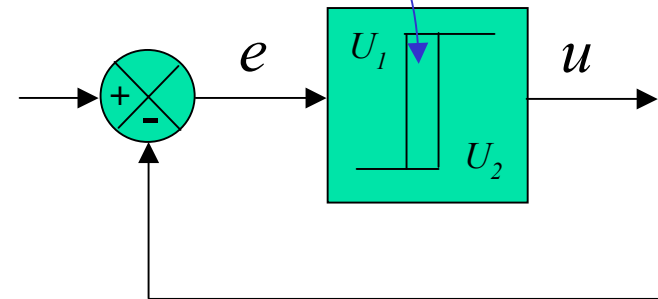
Elemento de medida e atuador  
integrados em uma única unidade

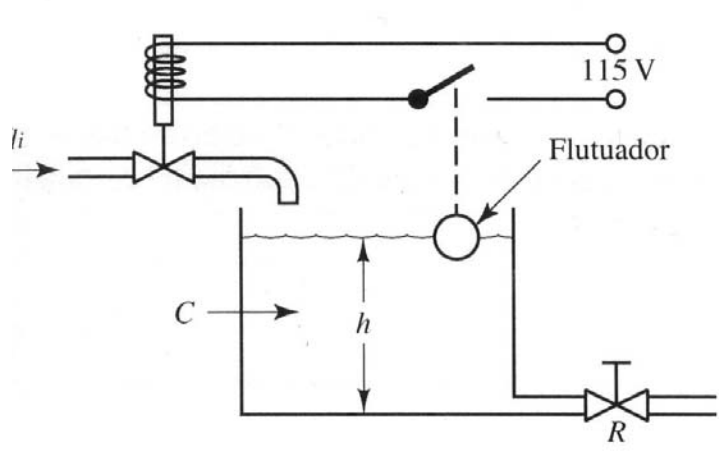
# Ação de controle de duas posições ou liga-desliga (*on-off*)

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$

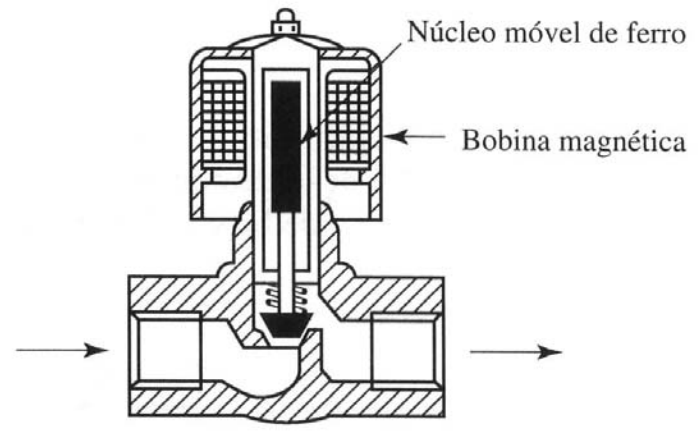


Intervalo diferencial

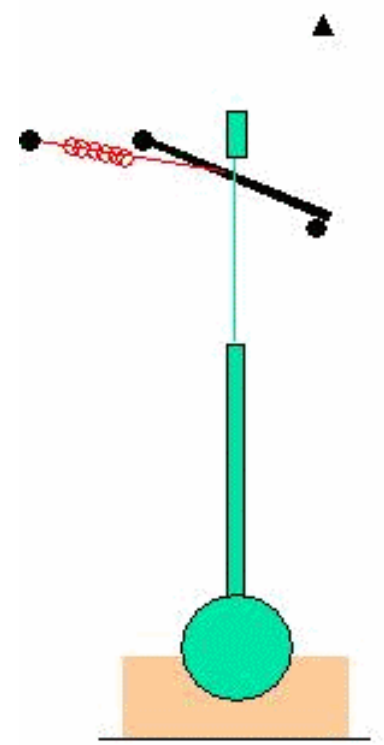
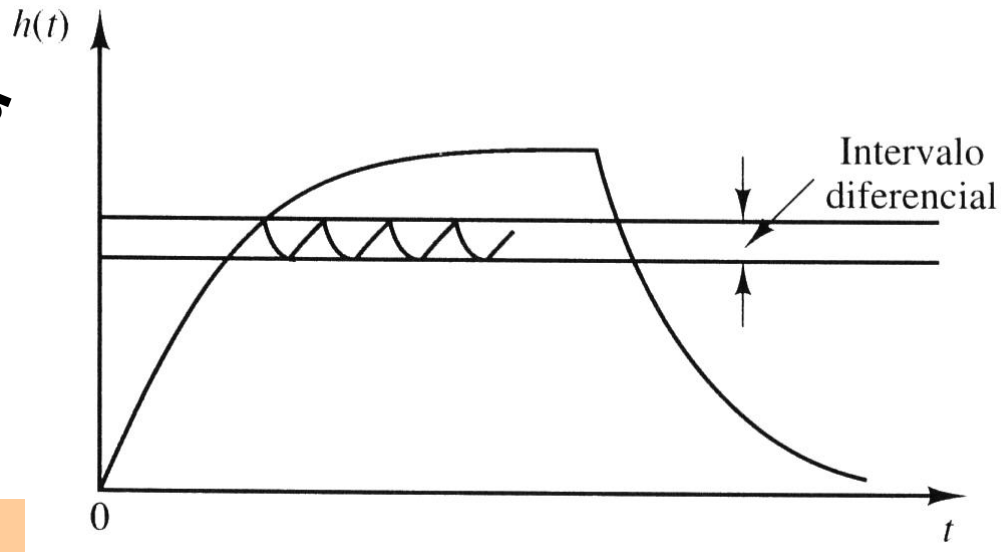
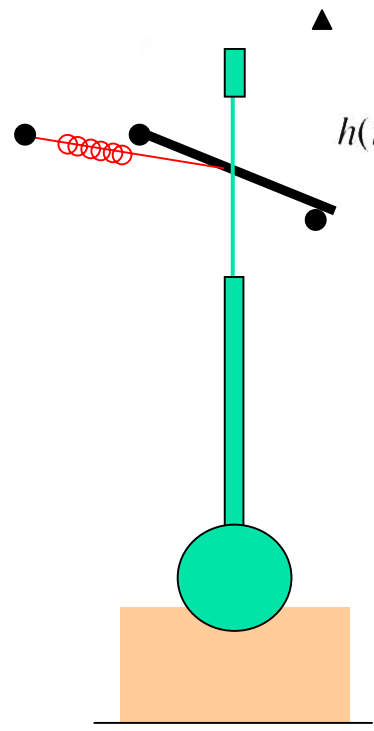




(a)



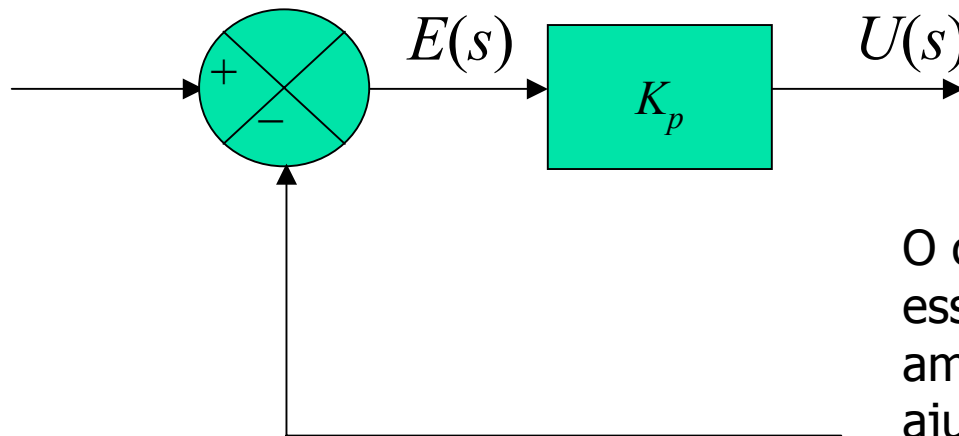
(b)



# Ação de controle proporcional

$$u(t) = K_p e(t)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

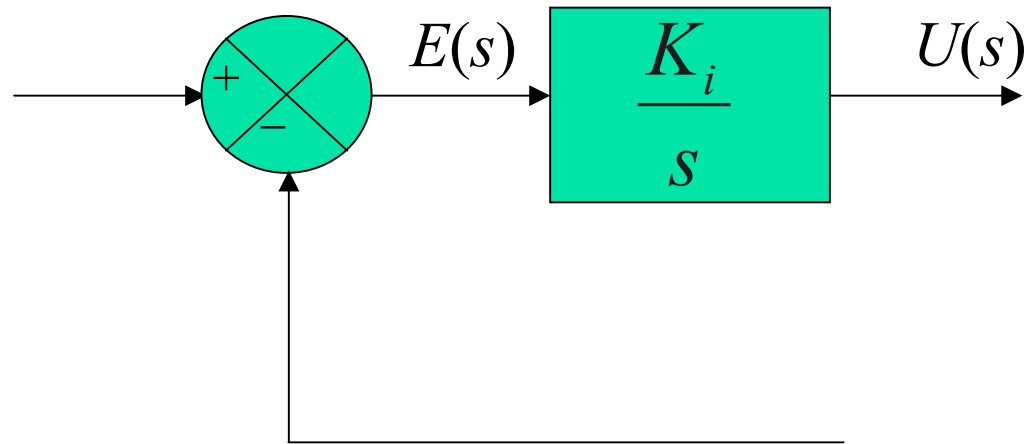


O controlador proporcional é essencialmente um amplificador com ganho ajustável.

# Ação de controle integral

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad \text{ou} \quad u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

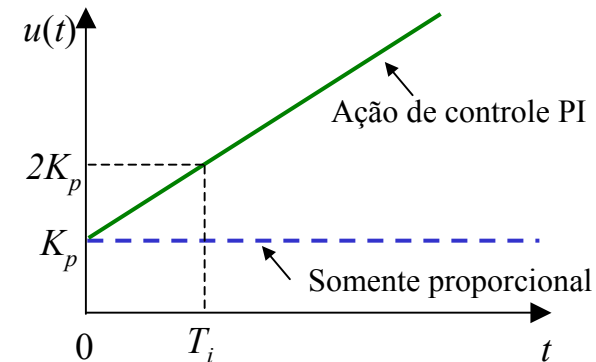
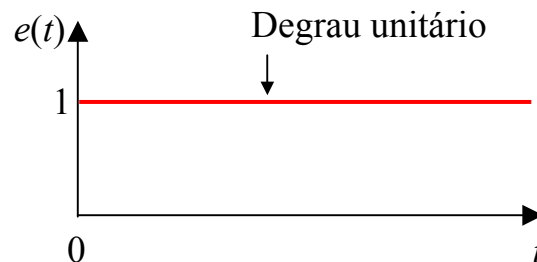
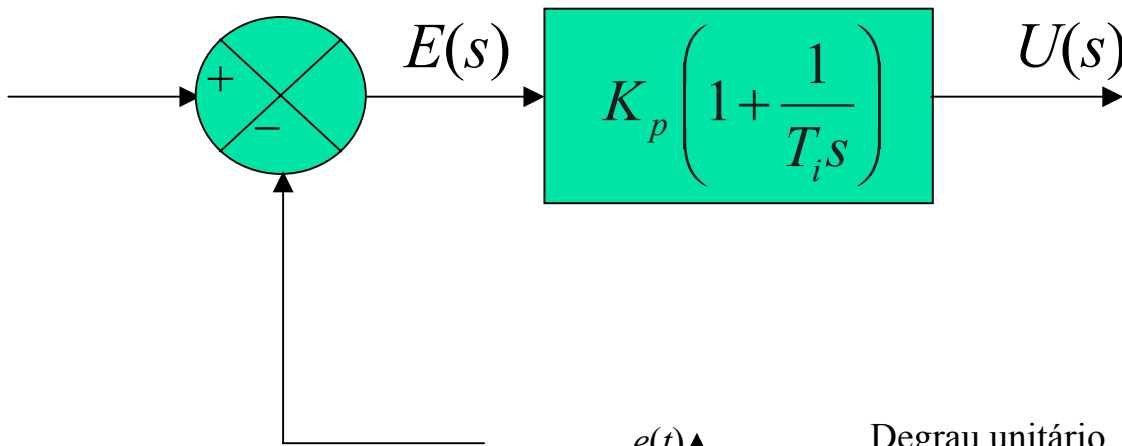




# Ação de controle proporcional e integral

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

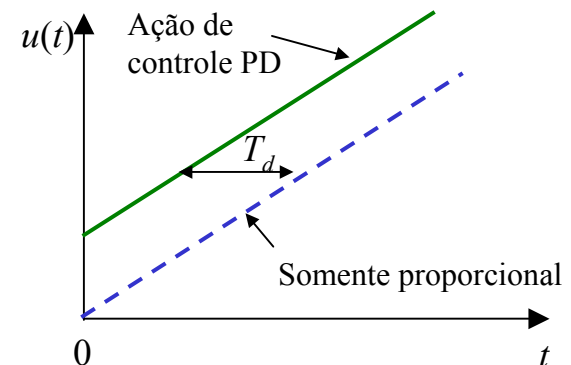
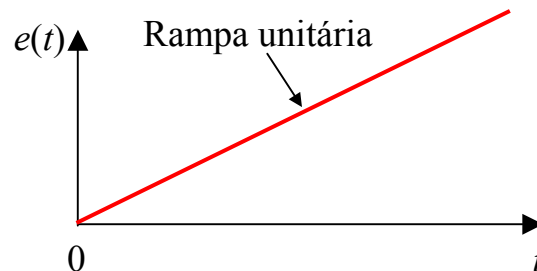
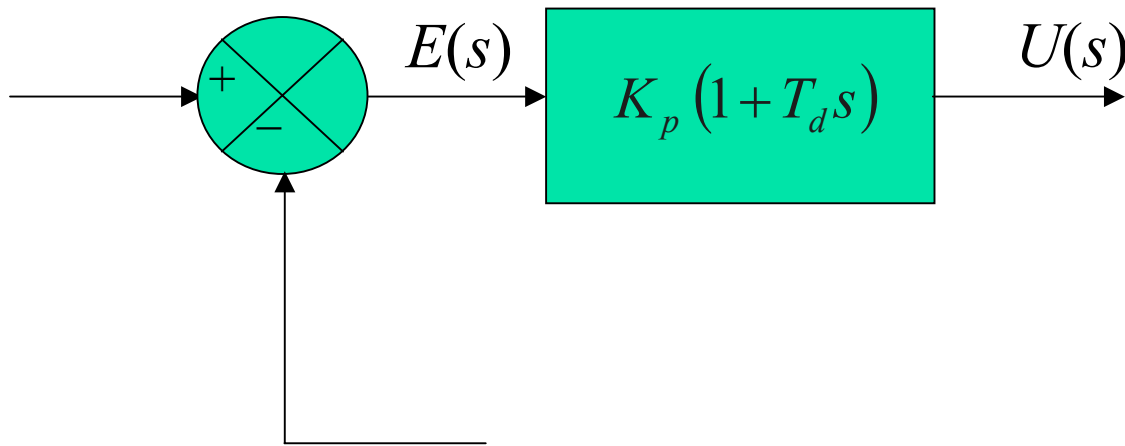
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



# Ação de controle proporcional e derivativa

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

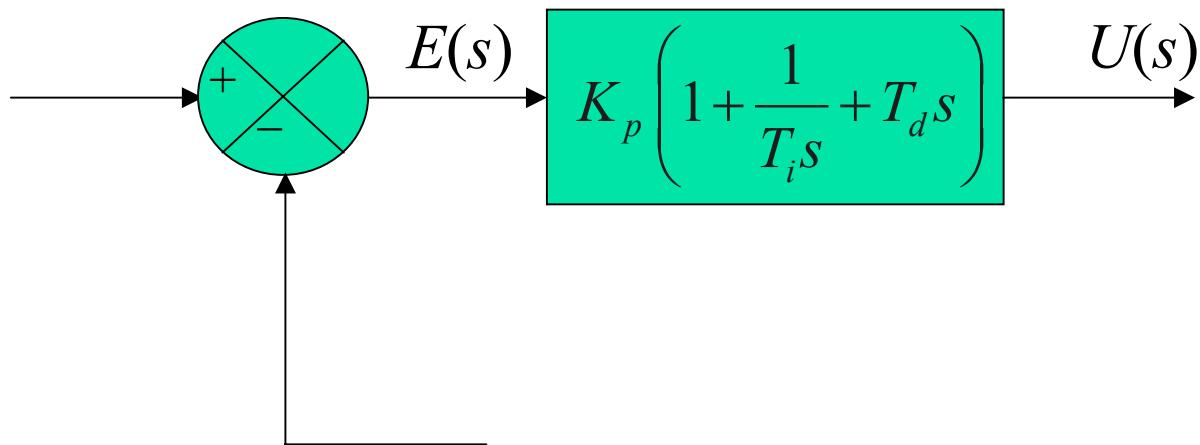
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s)$$

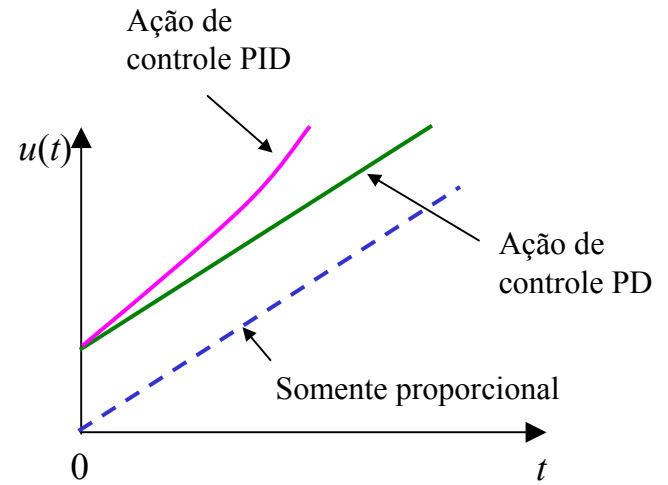
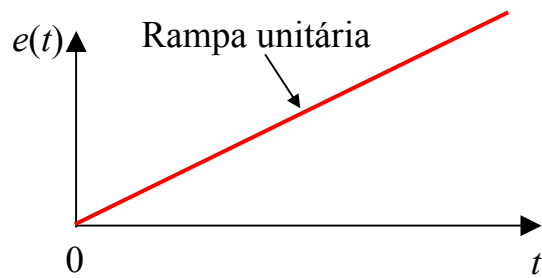
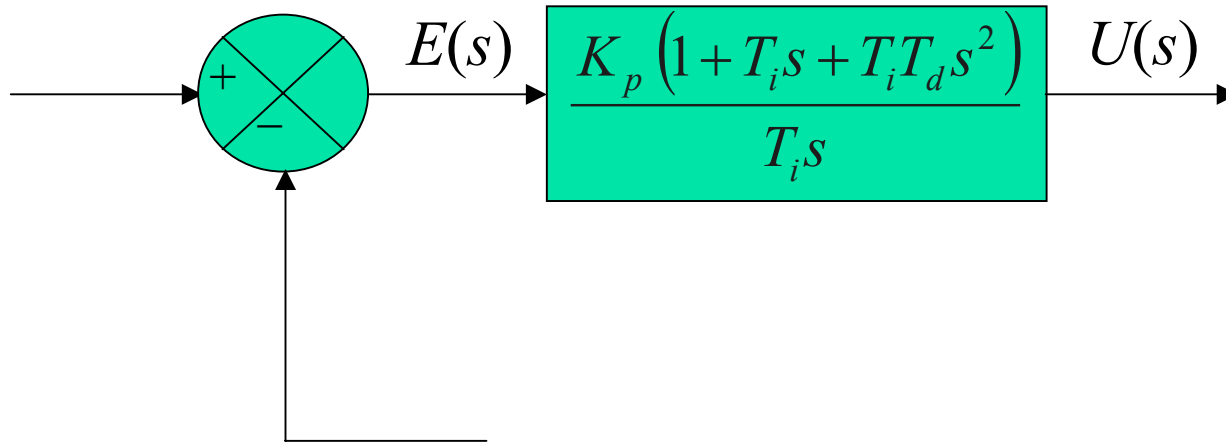


# Ação de controle proporcional, integral e derivativa

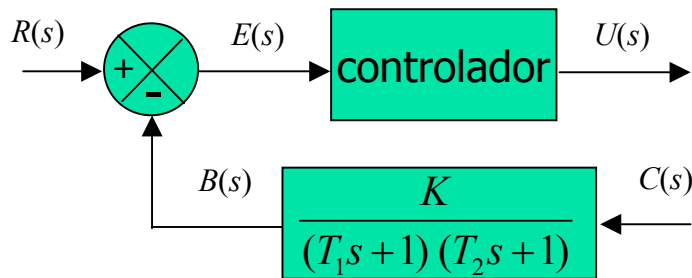
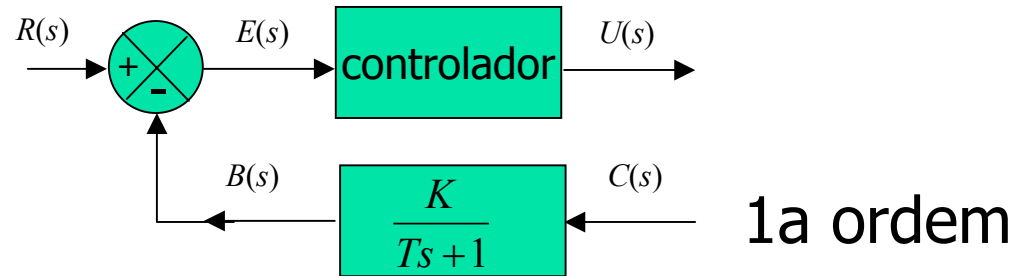
$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

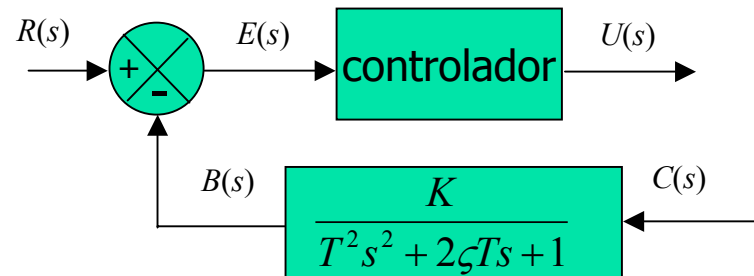




# Efeito do sensor (elemento de medida) no desempenho do sistema



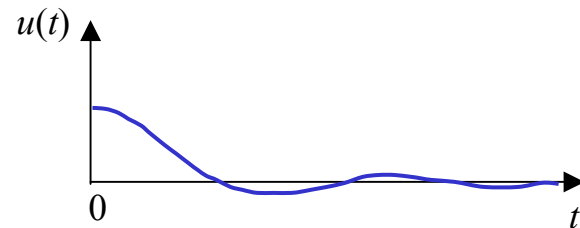
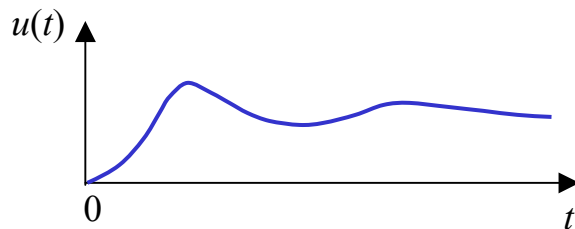
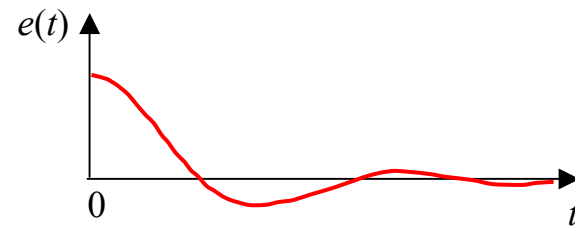
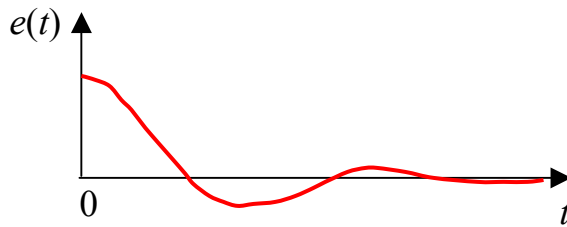
2a ordem superamortecido



2a ordem sub-amortecido

# Efeito das ações de controle integral e derivativa sobre o desempenho do sistema

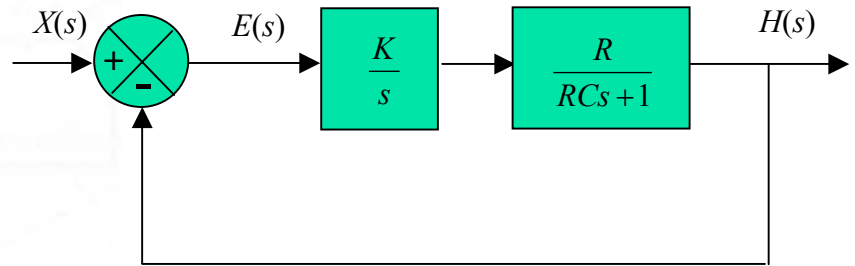
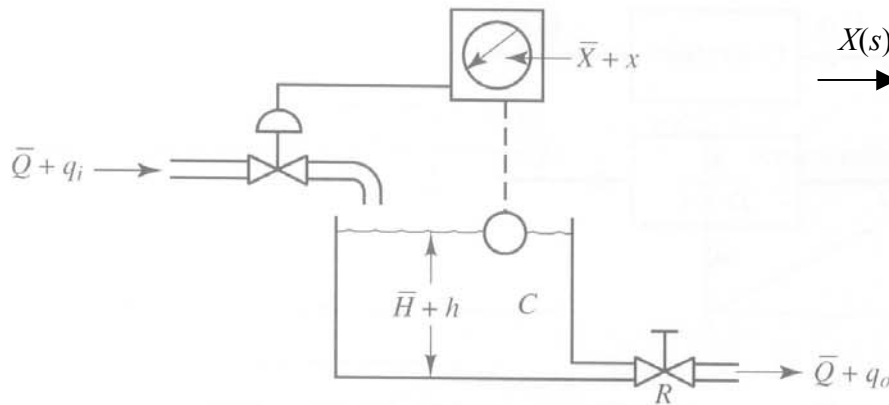
## Ação de controle integral



Controle integral

Controle proporcional

# Controle integral de sistemas de controle de nível de líquido



$$\frac{H(s)}{X(s)} = \frac{KR}{RCs^2 + s + KR}$$

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{X(s) - H(s)}{X(s)}$$

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{X(s) - H(s)}{X(s)}$$

$$\frac{E(s)}{X(s)} = 1 - \frac{H(s)}{X(s)}$$

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{RCs^2 + s}{RCs^2 + s + KR}$$

Erro em regime permanente para uma perturbação degrau unitário (O sistema é estável)

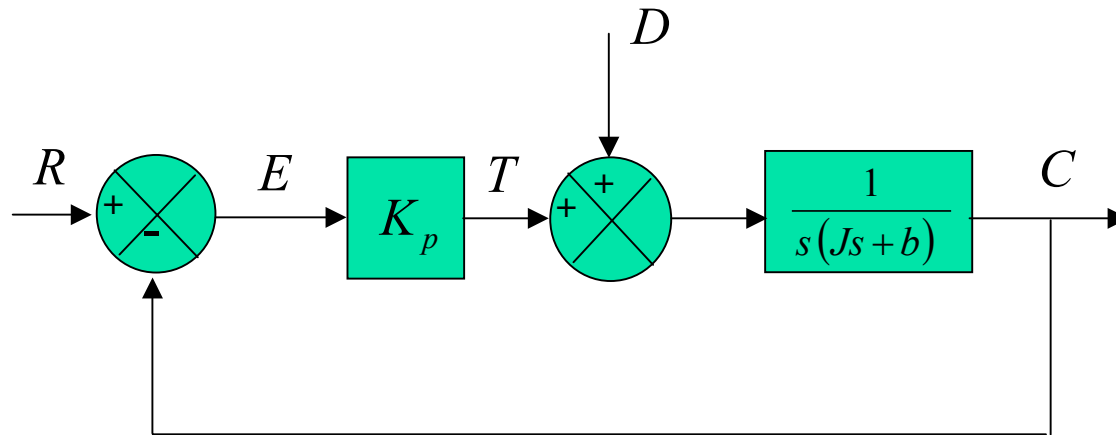
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(RCs^2 + s)}{RCs^2 + s + KR} \frac{1}{s}$$

$$e_{ss} = 0$$



# Resposta a torques de perturbação (Controle proporcional)



$$R(s) = 0$$

$$E(s) = -C(s)$$

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{Js^2 + bs + K_p}$$

$$\frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{-1}{Js^2 + bs + K_p}$$

$$\frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{-1}{Js^2 + bs + K_p}$$

Erro em regime permanente devido a um torque perturbador em degrau, de valor  $T_d$ :

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

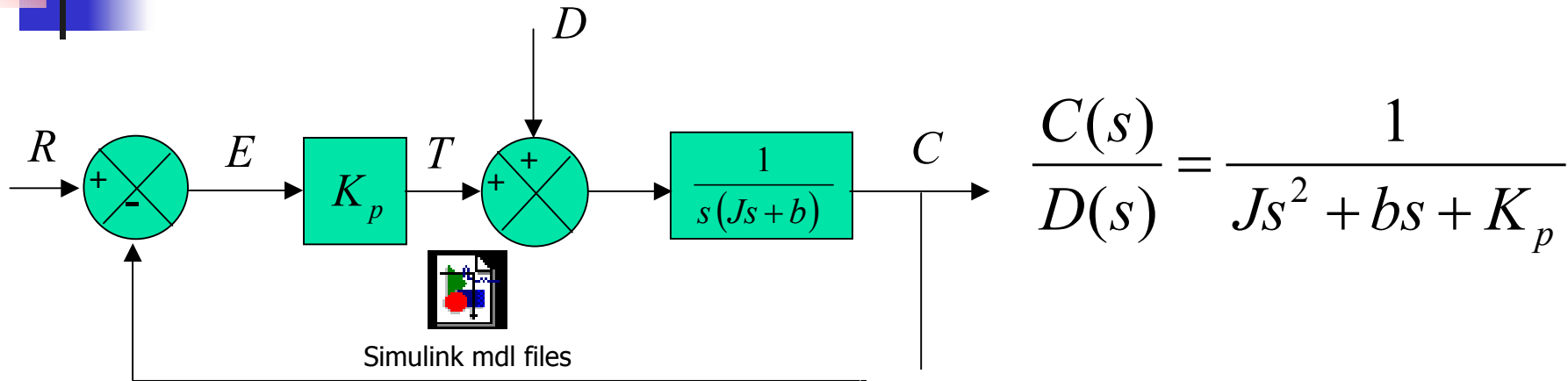
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-s}{Js^2 + bs + K_p} \frac{T_d}{s}$$

$$e_{ss} = -\frac{T_d}{K_p}$$

- ▶ O erro pode ser reduzido aumentando o ganho  $K_p$
- ▶ O aumento do ganho resultará uma resposta mais oscilatória

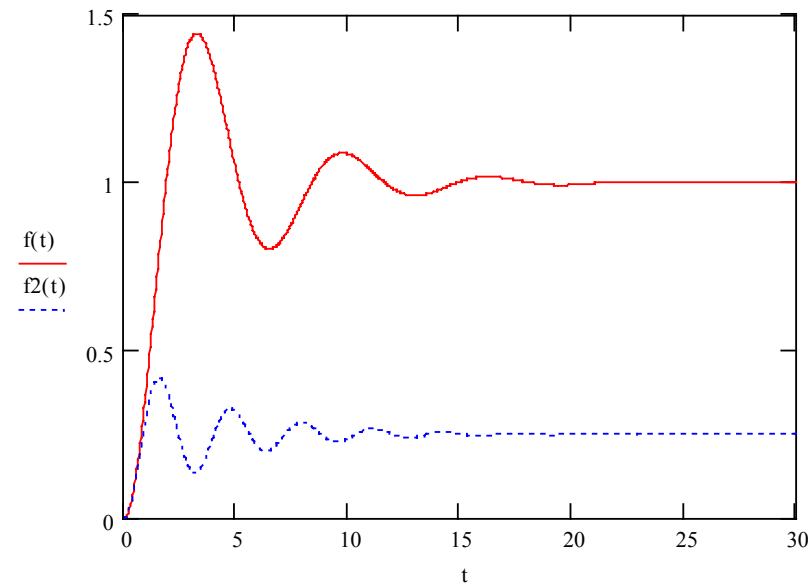
# Exemplo:

Obter a curva de resposta do sistema mostrado na figura, quando este é submetido a uma perturbação em degrau unitário

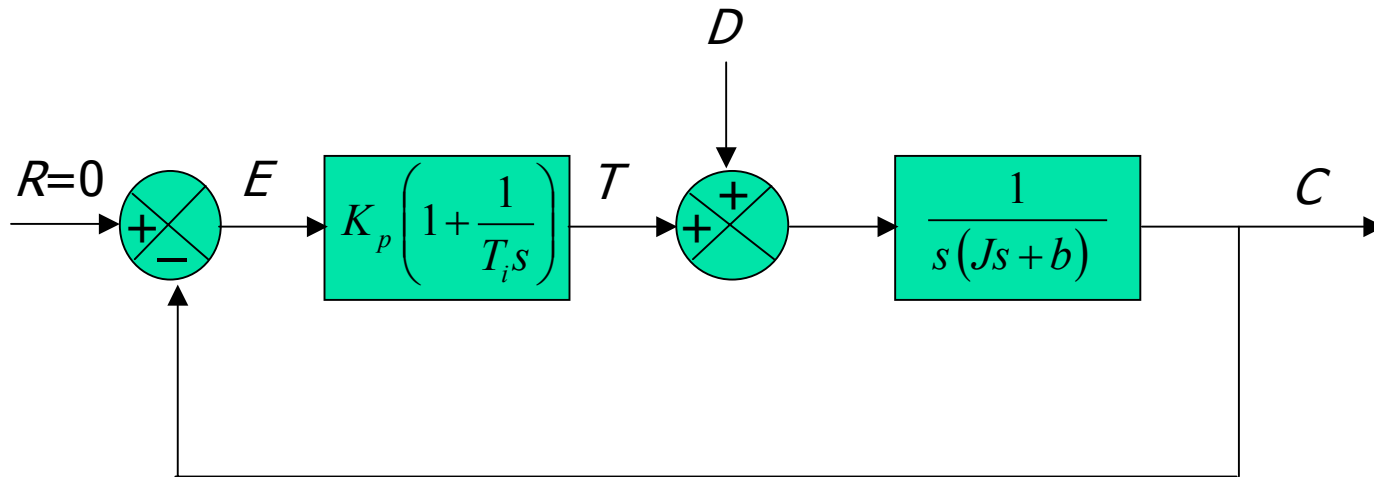


Caso 1: 
$$\begin{cases} J = 1 \\ b = 0,5 \\ K_p = 1 \end{cases} \quad \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{s^2 + 0,5s + 1}$$

Caso 2: 
$$\begin{cases} J = 1 \\ b = 0,5 \\ K_p = 4 \end{cases} \quad \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{s^2 + 0,5s + 4}$$



# Resposta a torques de perturbação (Controle proporcional + integral)



$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{s}{Js^3 + bs^2 + K_p s + \frac{K_p}{T_i}}$$

$$E(s) = \frac{-s}{Js^3 + bs^2 + K_p s + \frac{K_p}{T_i}} D(s)$$

Se este sistema for estável, isto é, se as raízes da equação característica

$$Js^3 + bs^2 + K_p s + \frac{K_p}{T_i} = 0$$

Tiverem partes reais negativas, o erro em regime permanente a um torque perturbador em degrau unitário é

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

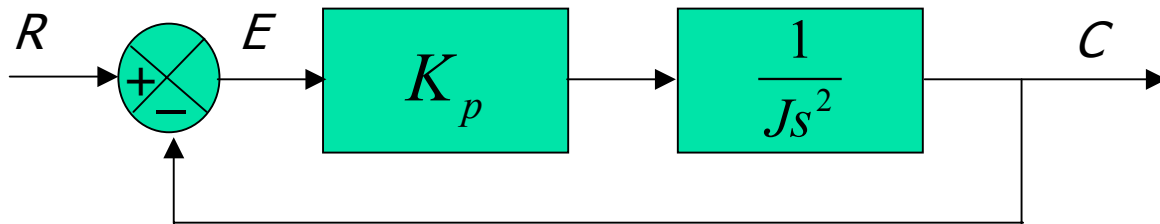
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-s^2}{Js^3 + bs^2 + K_p s + \frac{K_p}{T_i}} \frac{1}{s}$$



Mathcad Document

$$e_{ss} = 0$$

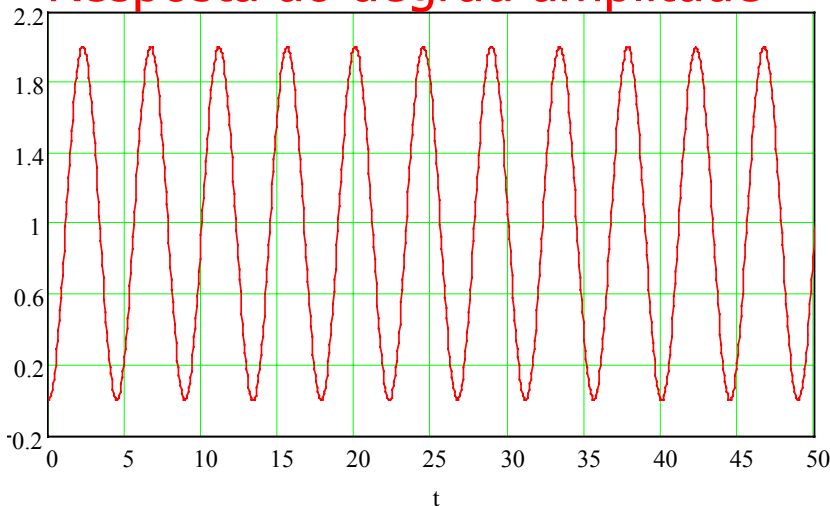
# Sistema de controle proporcional com carga de inércia



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Js^2 + K_p}$$

As raízes da equação característica  $Js^2 + K_p = 0$  são imaginárias.

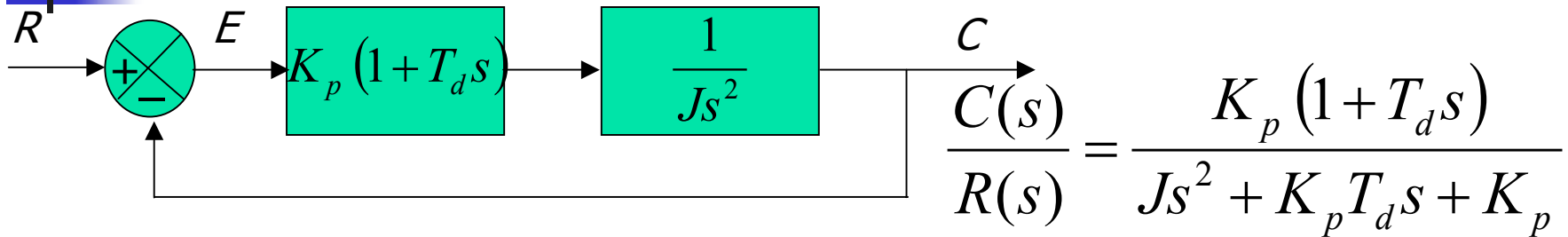
Resposta ao degrau amplitude = 2



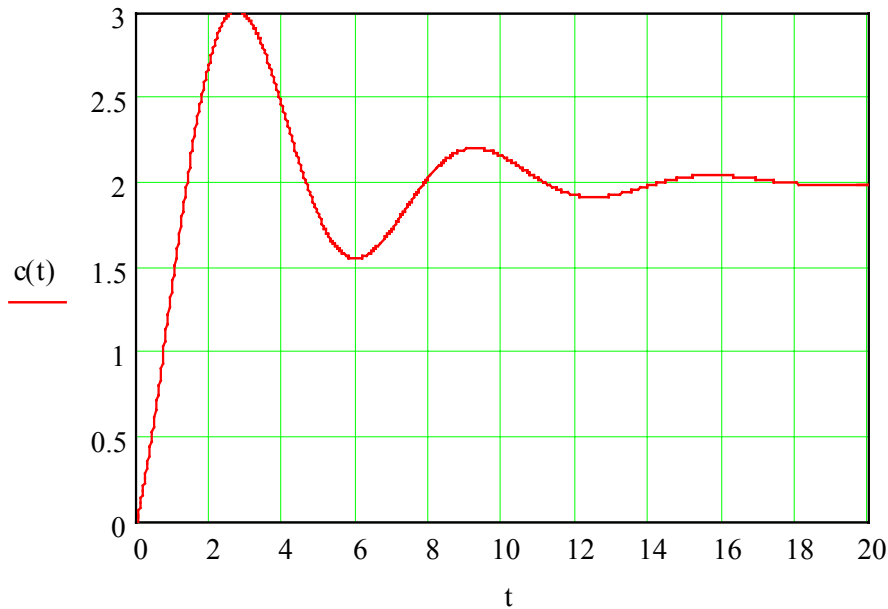
➤ Esta característica de resposta não é desejável.

➤ A adição de um controle derivativo estabilizará o sistema.

# Controle proporcional-derivativo de um sistema com carga de inércia



Resposta ao degrau  
amplitude = 2



- O controle derivativo é antecipatório.
- mede a velocidade de erro instantânea
- prediz grandes valores de ultrapassagem antecipadamente no tempo
- produz ação de controle apropriada antes que ocorra uma ultrapassagem demasiadamente grande.