CONTROLE DIGITAL

COMPUTADOR DIGITAL

Um computador digital usado como um controlador em um sistema de controle com realimentação apresenta vantagens sobre o controlador analógico porque variações na lei de controle de um controlador analógico requerem variações físicas (*de hardware*), enquanto variações na lei de controle de um controlador digital podem freqüentemente ser obtidas por mudanças no programa de computador (*software*)

Sistema de controle digital

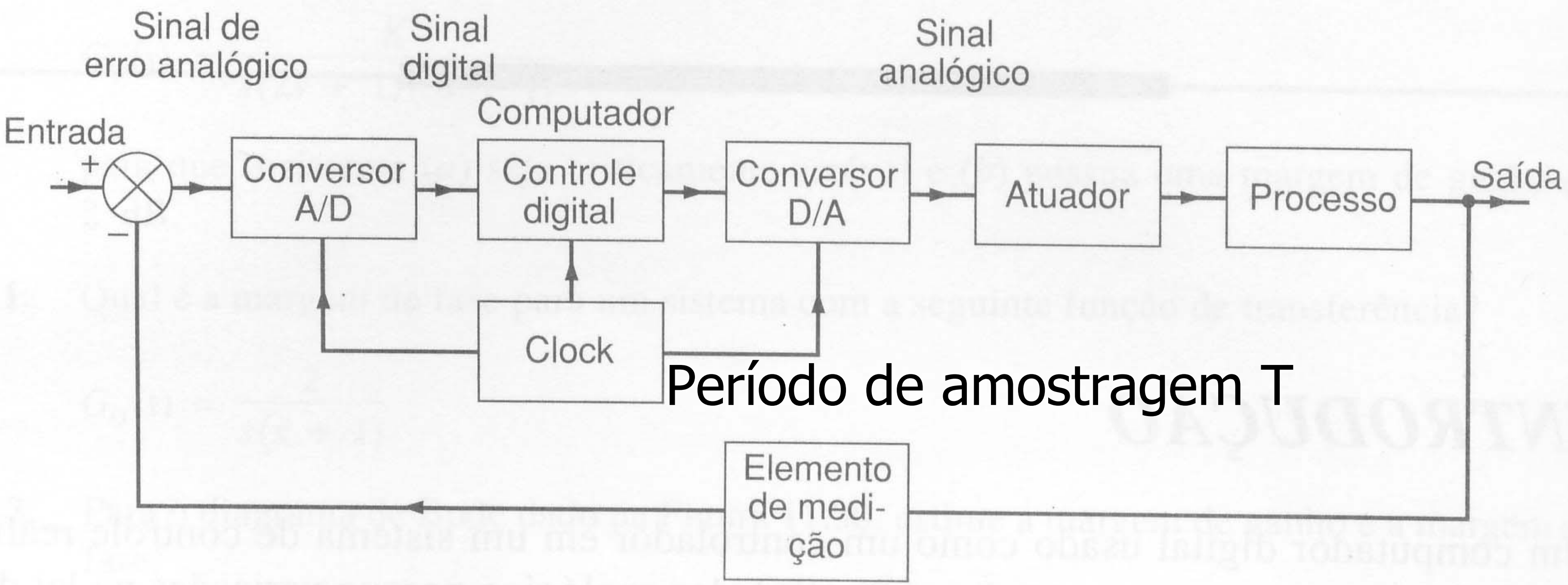
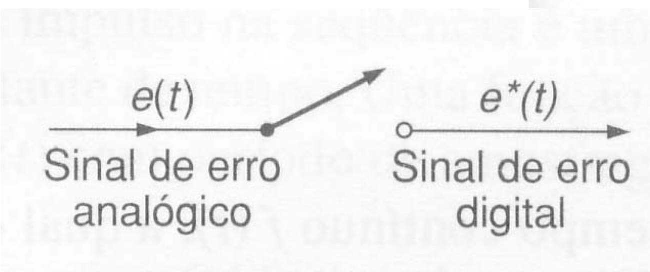


Figura 12.1 Sistema de controle digital com saída amostrada.

Processo de amostragem



Amostragem

0, 1T, 2T,...,kT

f(t=0), f(t=1T),...,f(t=kT)

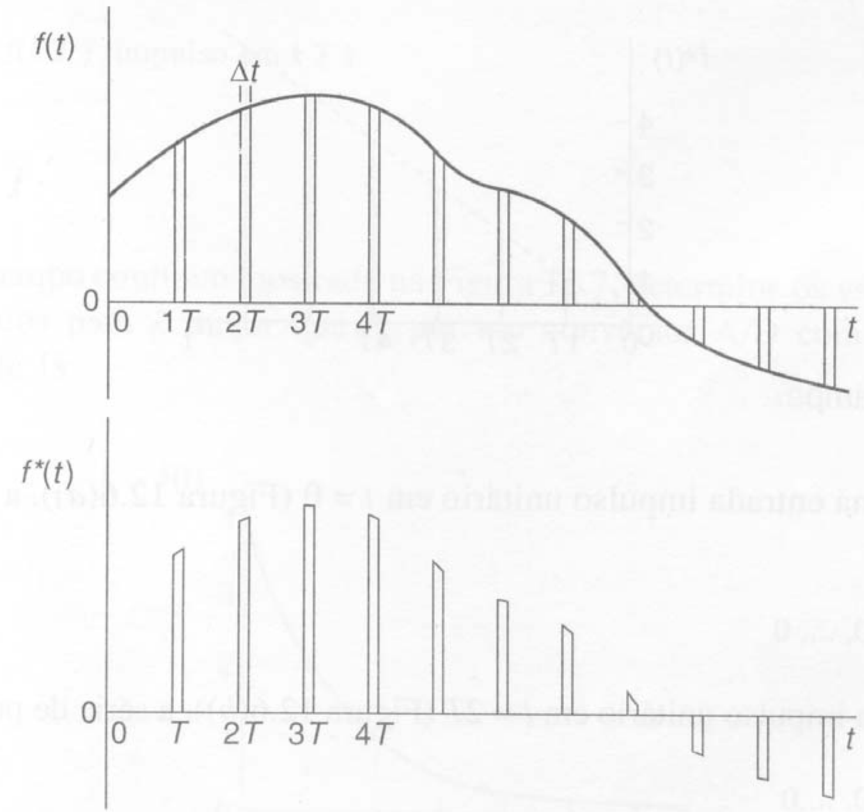
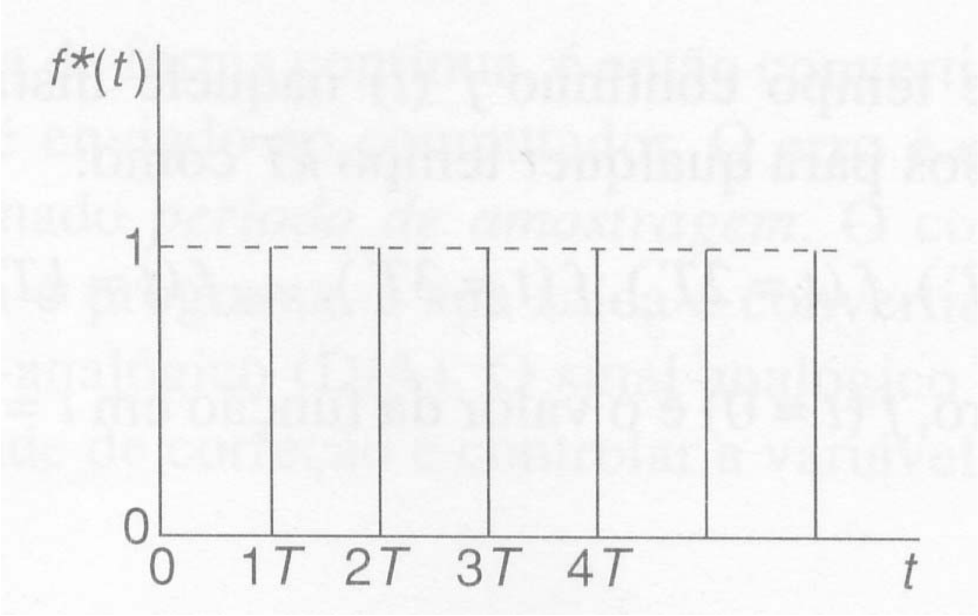


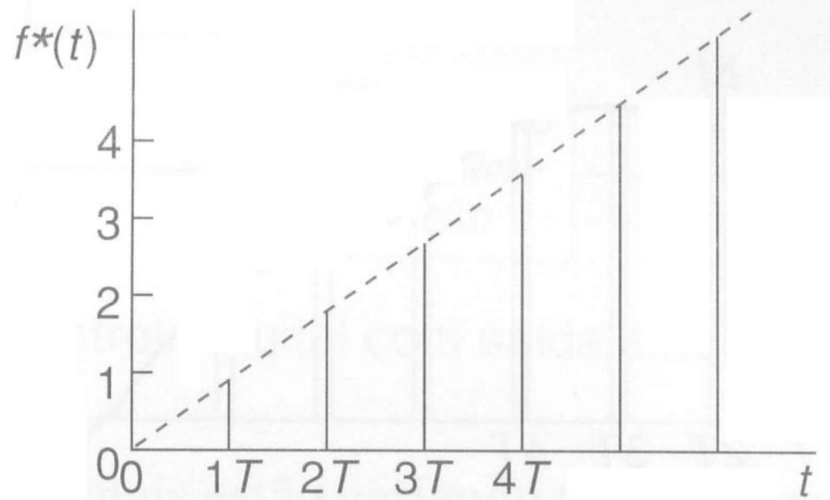
Figura 12.3 O processo de amostragem.

Degrau unitário



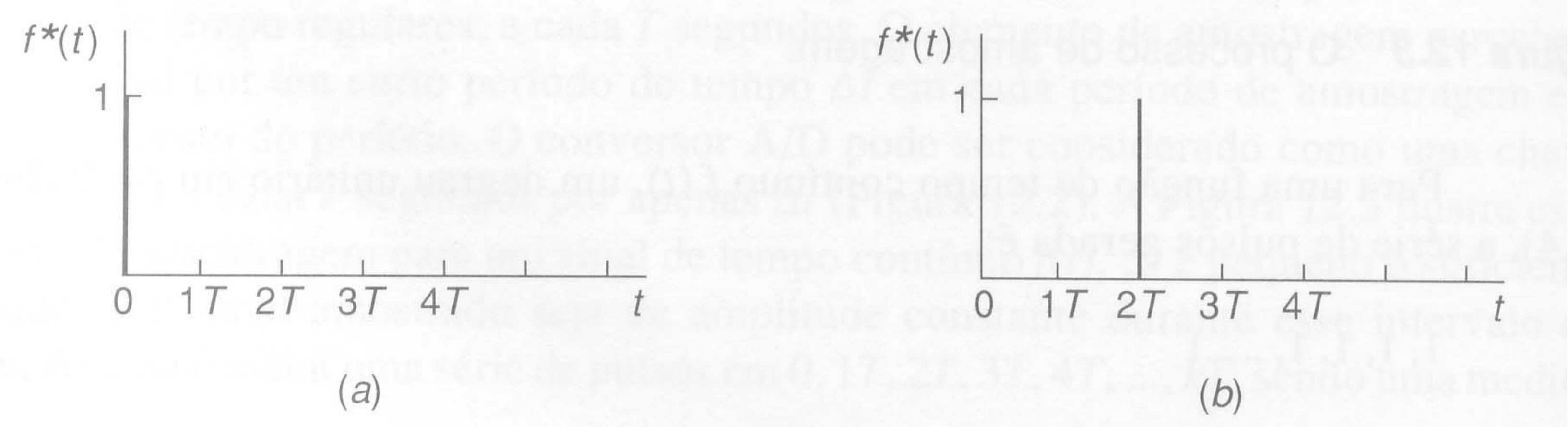
Uma função degrau unitário transforma-se em uma série de pulsos 1,1,1,1,....

Rampa com inclinação unitária



Uma função rampa unitária transforma-se em uma série de pulsos 0,1,2,3,....,K

Impulso unitário



Impulso unitário em t=0 transforma-se em 1,0,0,0,...,0

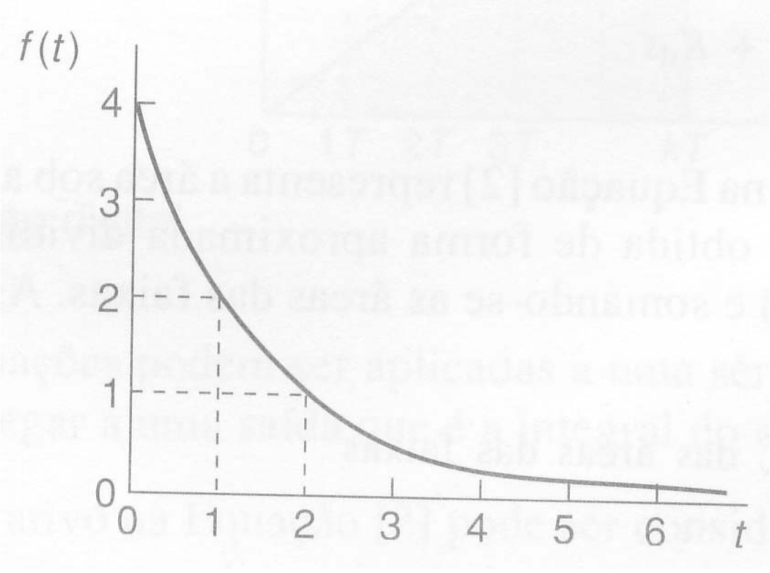
Impulso unitário em t=2T transforma-se em 0,0,1,0,...,0

Qualquer que seja a forma da função de tempo contínuo, a saída digital é uma seqüência de impulsos. Cada impulso na seqüência é um impulso unitário multiplicado pelo valor de *f(t)* naquele instante de tempo. Uma função *f*(t)* que descreve a seqüência de pulsos para uma função *f(t)* com período de amostragem *T* pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} f^*(t) = {} & f(0)(impulso\ em\ 0) + f(1T)(impulso\ em\ 1T) \\ & + f(2T)(impulso\ em\ 2T) \\ & + \ldots f(kT)(impulso\ em\ kT) \end{aligned}$$

Exemplo 1

Para o sinal de tempo contínuo mostrado na figura, determine os valores dos pulsos que são gerados para *k* menor que 3, por um conversor A/D com período de amostragem *T* de 1s



t	*k*	*Amplitude*
0	0	4
1	1	2
2	2	1
3	3	0,5

Leis de controle digital

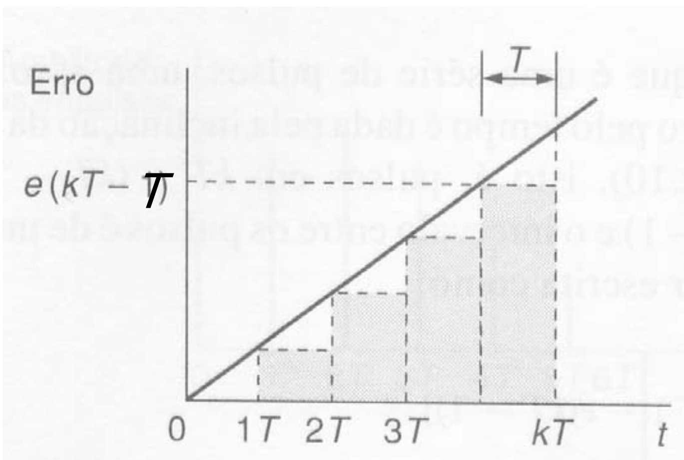
$$saída = K_p e + K_i \int_0^t e\,dt + K_d \frac{de}{dt}$$

Para controlador PID

Função de transferência

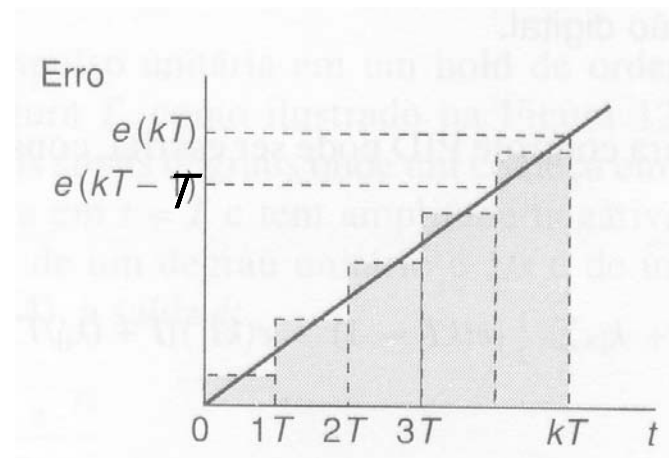
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

O termo integral



$$k_i \int_0^{kT} e\,dt = k_i \sum_0^K e(kT - T)T$$

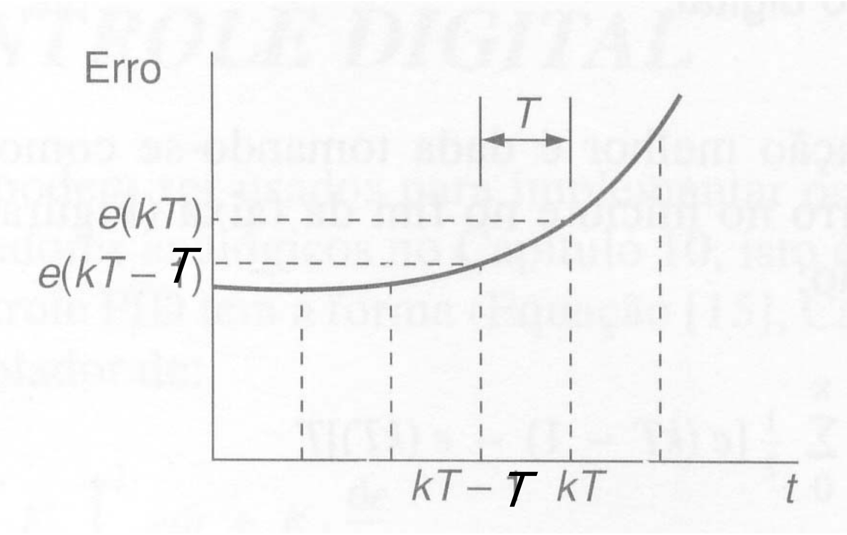
Uma aproximação melhor



$$k_i \int_0^{kT} e\,dt = k_i \sum_0^K \frac{1}{2}\left[e(kT - T) + e(kT)\right]T$$

O termo derivativo

$$k_d \frac{de}{dt} = k_d \frac{\left[e(kT) - e(kT - T)\right]}{T}$$



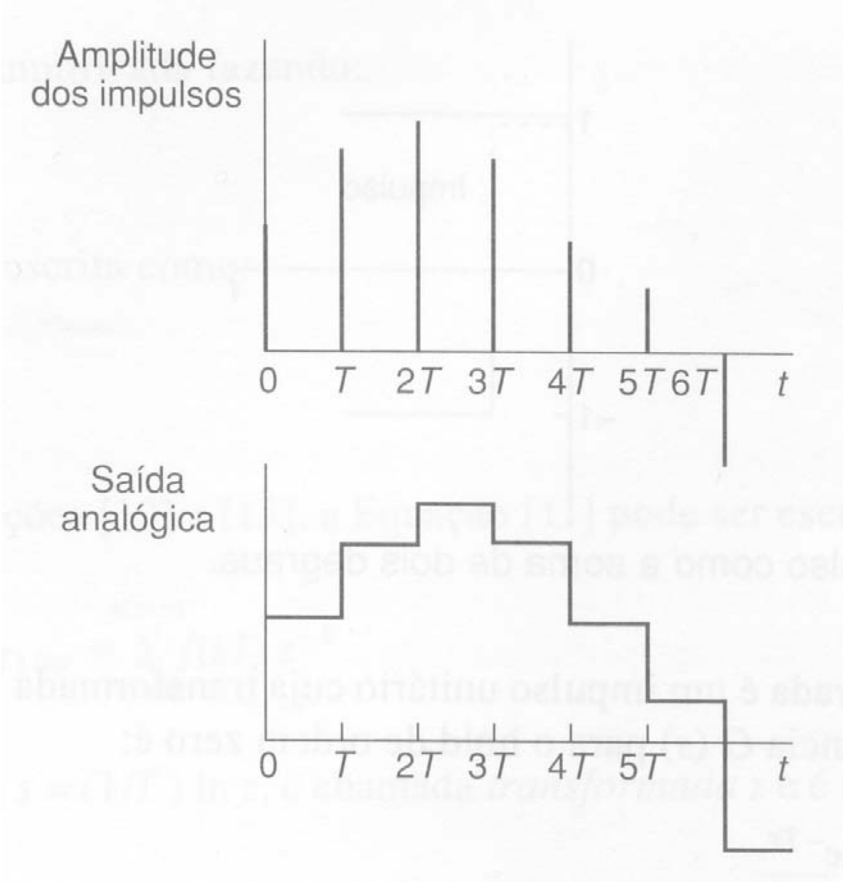
Controle PID

$$saída = k_p e(kT)$$

$$+ k_i \sum_{0}^{K} \frac{1}{2}\left[e(kT - T) + e(kT)\right]T$$

$$+ k_d \frac{\left[e(kT) - e(kT - T)\right]}{T}$$

Conversor digital analógico



Transformada Z

A função descrevendo uma seqüência de impulsos

$$\begin{aligned} f^*(t) = {} & f(0)(impulso\ em\ 0) + f(1T)(impulso\ em\ 1T) \\ & + f(2T)(impulso\ em\ 2T) \\ & + \ldots f(kT)(impulso\ em\ kT) \end{aligned}$$

A transformada de Laplace de um impulso em:

$$t = 0 \Rightarrow 1$$

$$t = T \Rightarrow e^{-Ts}$$

$$t = 2T \Rightarrow e^{-2Ts}$$

$$t = kT \Rightarrow e^{-kTs}$$

Assim a transformada de Laplace de $f^*(t)$

$$F^*(s) = f(0)1 + f(T)e^{-Ts} + f(2T)e^{-2Ts} + \ldots + f(kT)e^{-kTs}$$

Pode ser representada por:

$$F^*(s) = \sum_{K=0}^{K=\infty} f(kT)e^{-kTs}$$

Escrevendo $z = e^{Ts}$ e $s = \frac{1}{T}\ln z$

$$F^*(s)_s = \frac{1}{T}\ln z = \sum_{K=0}^{K=\infty} f(kT)z^{-k}$$

$F^*(s)$ É chamada transformada Z $F(z)$

$$F(z) = \sum_{K=0}^{K=\infty} f(kT) z^{-k}$$

A seguir aparecem as propriedades básicas da transformada z e a Tabela 12.1 mostra as transformadas z para as funções mais comumente encontradas:

1. A multiplicação da função no tempo por uma constante resulta na multiplicação da transformada z pela mesma constante:

$$kf(t) \to kF(z)$$

2. A adição de duas funções no tempo resulta na adição das duas transformadas z separadas:

$$[f_1(t) + f_2(t)] \to [F_1(z) + F_2(z)]$$

3. O *teorema do valor final* dá o valor que será alcançado pela função de tempo amostrado, isto é, o valor em regime permanente:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{z \to 1} (z - 1)F(z)$$

e é aplicável na condição que $F(z)$ gere uma seqüência de termos que converge.

4. O *teorema do valor inicial* dá o valor que a função no tempo tem quando $t = 0$.

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{z \to \infty} F(z)$$

e é aplicável na condição que tal limite exista.

5. Se a função no tempo é deslocada por um intervalo kT, então a transformada z da função é multiplicada por z^{-k}:

Transformada z de $f(t - kT) = z^{-k}F(z)$

Tabela 12.1 Transformada *z*.

f(t)	F(s)	F(z)
Impulso unitário	1	1
Impulso unitário atrasado de kT	e^{-kTs}	z^{-K}
Degrau unitário	$\dfrac{1}{s}$	$\dfrac{1}{z-1}$
Degrau unitário atrasado de kT	$\dfrac{e^{-kTs}}{s}$	$\dfrac{z}{z^k(z-1)}$
t (rampa unitária)	$\dfrac{1}{s^2}$	$\dfrac{Tz}{(z-1)^2}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$	$\dfrac{z}{z-e^{-aT}}$
$1-e^{-at}$	$\dfrac{a}{s(s+a)}$	$\dfrac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
te^{-at}	$\dfrac{1}{(s+a)^2}$	$\dfrac{Tz\,e^{-aT}}{(z-e^{-at})^2}$
$e^{-at}-e^{-bt}$	$\dfrac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{(e^{-aT}-e^{-bT})z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
$(1-at)\,e^{-at}$	$\dfrac{s}{(s+a)^2}$	$\dfrac{z[z-e^{-aT}(1+aT)]}{(z-e^{-aT})^2}$
$\operatorname{sen}\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\dfrac{z \operatorname{sen}\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\dfrac{z(z-\cos\omega T)}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$e^{-at}\operatorname{sen}\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\dfrac{z\,e^{-at}\operatorname{sen}\omega T}{(z-e^{(-a+j\omega)T})(z-e^{(-a-j\omega)T})}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\dfrac{z(z-e^{-aT}\cos\omega T)}{(z-e^{(-a+j\omega)T})(z-e^{(-a-j\omega)T})}$

Transformada Z inversa