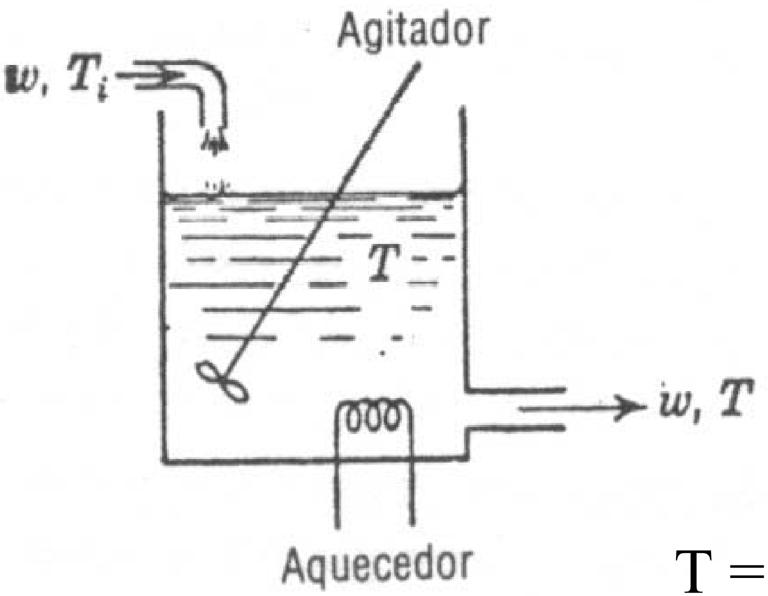
Um Exemplo Introdutório

O sistema



$T = T_R$ = Temperatura de referência

Projeto em regime permanente

$$\dot{Q}_s = \dot{m}C\left(Ts - Ti_s\right)$$

Onde:

Qs = calor fornecido ao tanque

O subscrito s indica o valor de projeto em regime permanente

Para um projeto satisfatório $Ts = T_R$, logo

$$\dot{Q}_s = \dot{m}C\left(T_R - Ti_s\right)$$

Controle de processos

O uso de mecanismos para manter a temperatura de saída no valor T_R, é chamado controle automático de processos

O regime variável

Previsão das variações que deverão ser provocadas no fluxo de calor devido ao desvio da temperatura de saída.

Equação de conservação da energia (1a Lei da Termodinâmica)

$$\dot{Q} + \dot{m}_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gZ_e\right) = \dot{m}_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gZ_s\right) + \ldots$$

$$\ldots + \frac{d}{dt}\left(mu + \frac{mV^2}{2} + mgZ\right) + \dot{W}$$

Desprezando as variações de energia cinética e potencial e o trabalho, e sendo a vazão na entrada igual a vazão na saída

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

$$\dot{Q} + \dot{m}\left(h_e - h_s\right) = m\frac{du}{dt}$$

Acumulação = entrada - saída

$$m\frac{du}{dt} = \dot{m}\left(h_e - h_s\right) + \dot{Q}$$

$$C_v = \frac{du}{dT}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dT}\frac{dT}{dt} = C_v\frac{dT}{dt}$$

$$C_p = \frac{dh}{dT}$$

$$h_e - h_s = C_p\left(T_e - T_s\right)$$

$$C_p \cong C_v = C$$

$$\rho V C\frac{dT}{dt} = \dot{m}C\left(T_i - T\right) + \dot{Q}(t) \qquad \text{Eq. 1}$$

Controle por realimentação

erro = T_R-T

Controle proporcional ao erro

$$\dot{Q}(t) = \dot{m}C\left(T_R - Ti_s\right) + K_c\left(T_R - T\right)$$

$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_s + K_c\left(T_R - T\right) \qquad \text{Eq. 2}$$

Resposta transiente

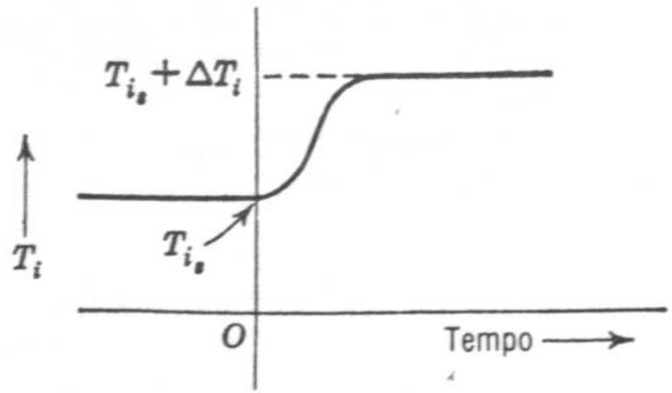
Substituindo a eq. 2 na eq. 1, obtém-se

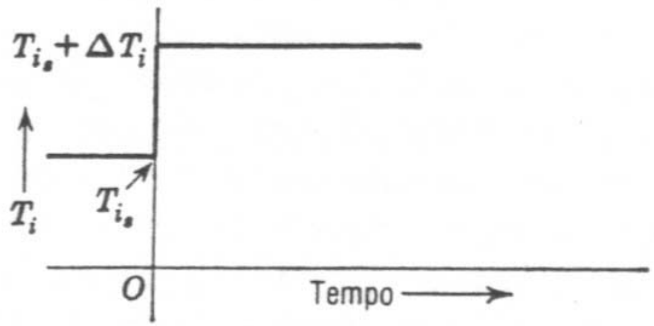
$$\tau_1 \frac{dT}{dt} + \left(\frac{K_c}{\dot{m}C} + 1 \right) T = Ti + \frac{K_c}{\dot{m}C} T_R + \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}C} \qquad \text{Eq. 3}$$

onde: $$\tau_1 = \frac{\rho V}{\dot{m}}$$

Alteração na entrada: Função degrau

$$Ti(t) = \begin{cases} Ti_s & t < 0 \\ Ti_s + \Delta Ti & t > 0 \end{cases}$$





Condição inicial: $T(0) = T_R$

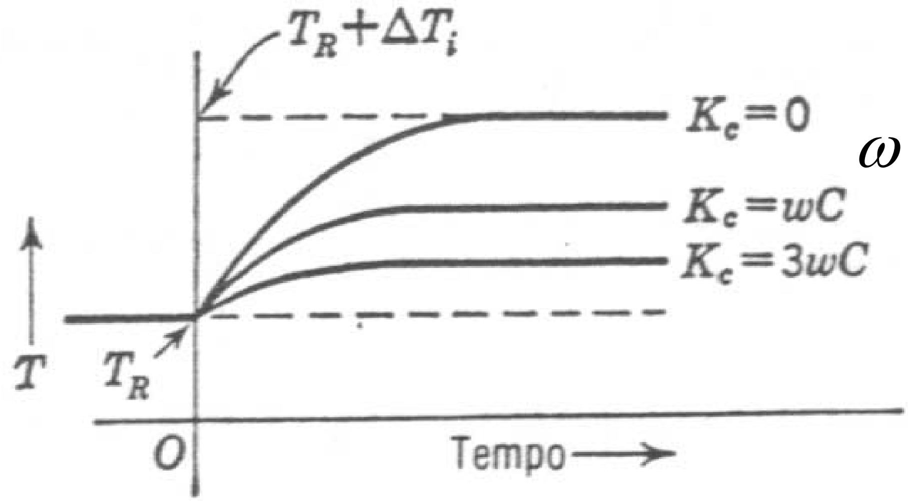
Solução:

$$T = T_R + \frac{\Delta Ti}{\frac{K_c}{\dot{m}C} + 1}\left(1 - e^{-\left(\frac{K_c}{\dot{m}C}+1\right)\frac{t}{\tau_1}}\right) \qquad \text{Eq. 4}$$

Exercício 1: Mostrar que a eq. 4 é solução da eq. 3. (para a próxima aula)

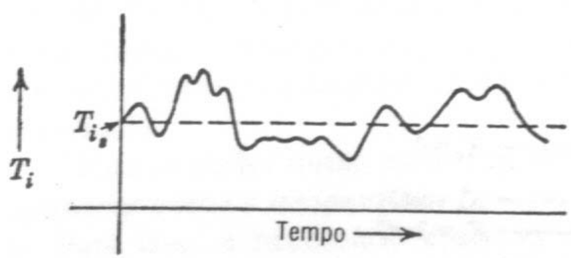
Influência de K_c no cont

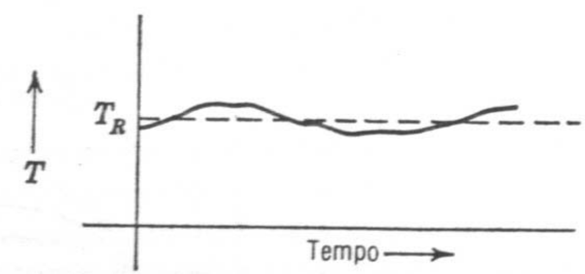
$$T = T_R + \frac{\Delta Ti}{\frac{Kc}{\dot{m}C}+1}$$



$$\omega = \dot{m}$$

Sistema com temperatura de entrada flutuante



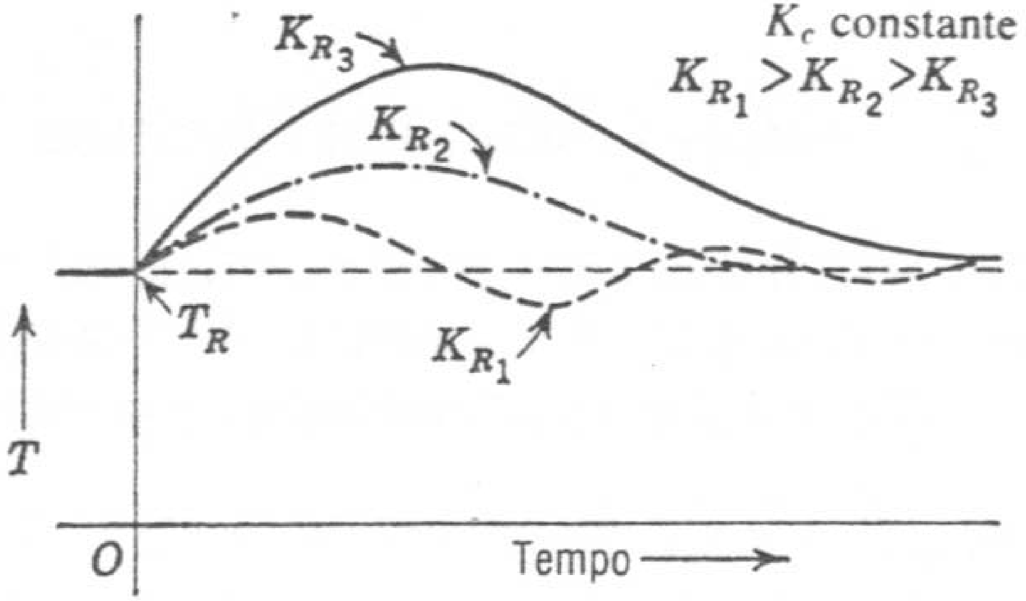


Temperatura de entrada

Resposta do sistema

O controle integral

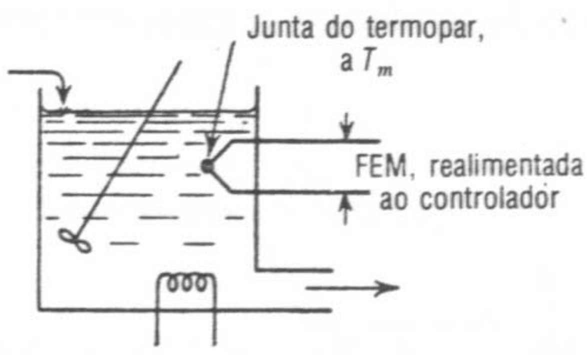
$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_s + K_C\left(T_R - T\right) + K_I \int_0^t \left(T_R - T\right) dt$$



$$K_R = K_I$$

Mais complicações

Atraso no sistema de medição



Fluxo de calor para o Termopar

$$Q = hA(T - T_m)$$

Acumulo de energia

$$Q = mC_m \frac{dT_m}{dt}$$

Termopar

$$\tau_2 \frac{dT_m}{dt} + T_m = T$$

Eq. 5

$$\tau_2 = \frac{mC}{hA}$$

Controlador

$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_s + Kc(T_R - T_m) + K_I \int_0^t (T_R - T_m)dt$$

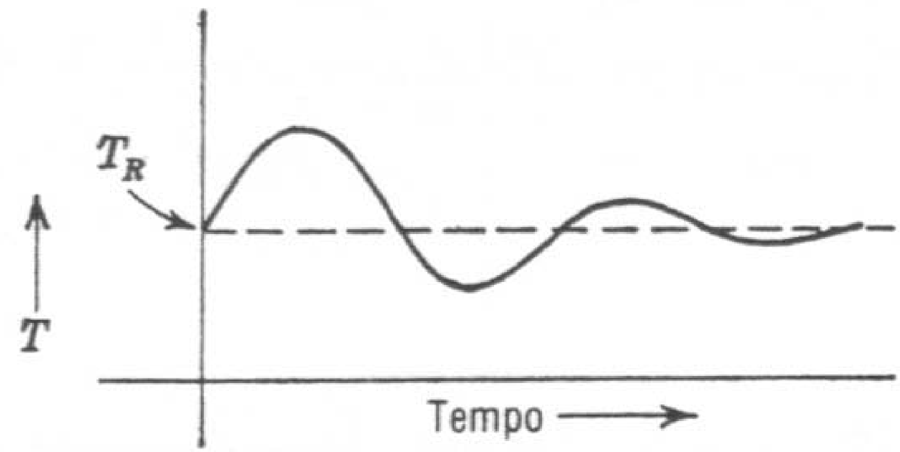
Eq. 6

erro aparente $T_R - T_m$

erro verdadeiro $T_R - T$

Resposta a uma perturbação degrau, com condição inicial

$$T(0) = T_m(0) = T_R$$



Exercício 2: Determinar a solução das eqs. 1, 5 e 6 simultaneamente (para a próxima aula)

$$\rho V C \frac{dT}{dt} = \dot{m} C \left(T_i - T\right) + \dot{Q}(t) \qquad \text{Eq. 1}$$

$$\tau_2 \frac{dT_m}{dt} + T_m = T \qquad \text{Eq. 5}$$

$$\dot{Q}(t) = \dot{Q}_s + Kc\left(T_R - T_m\right) + K_I \int_0^t \left(T_R - T_m\right) dt \qquad \text{Eq. 6}$$

Perturbação: $$Ti(t) = \begin{cases} Ti_s & t < 0 \\ Ti_s + \Delta Ti & t > 0 \end{cases}$$

Condição inicial: $$T(0) = T_m(0) = T_R$$

Estabilidade

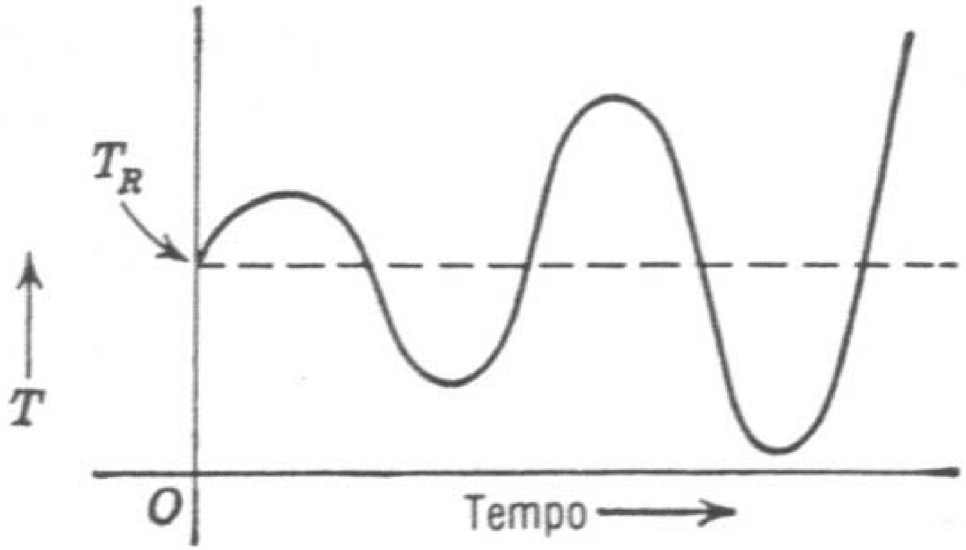


Diagrama de Blocos