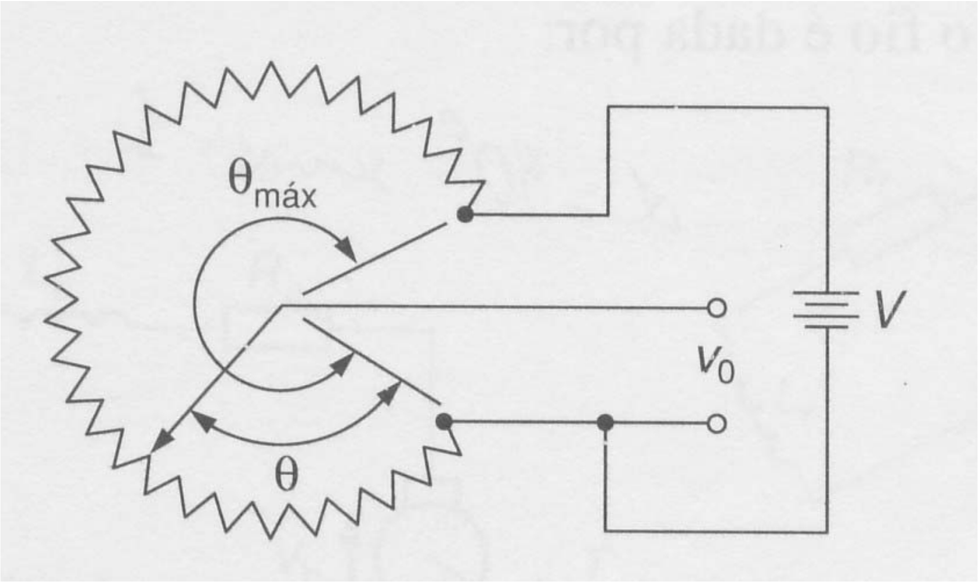
ELEMENTOS ELETROMECÂNICOS

- Potenciômetro
- Motor elétrico
- Gerador

Elemento	Entrada	Saída
Potenciômetro	Posição do contato deslizante	Diferença de potencial
Motor elétrico	Diferença de potencial	Rotação do motor
Gerador	Rotação do eixo	Diferença de potencial

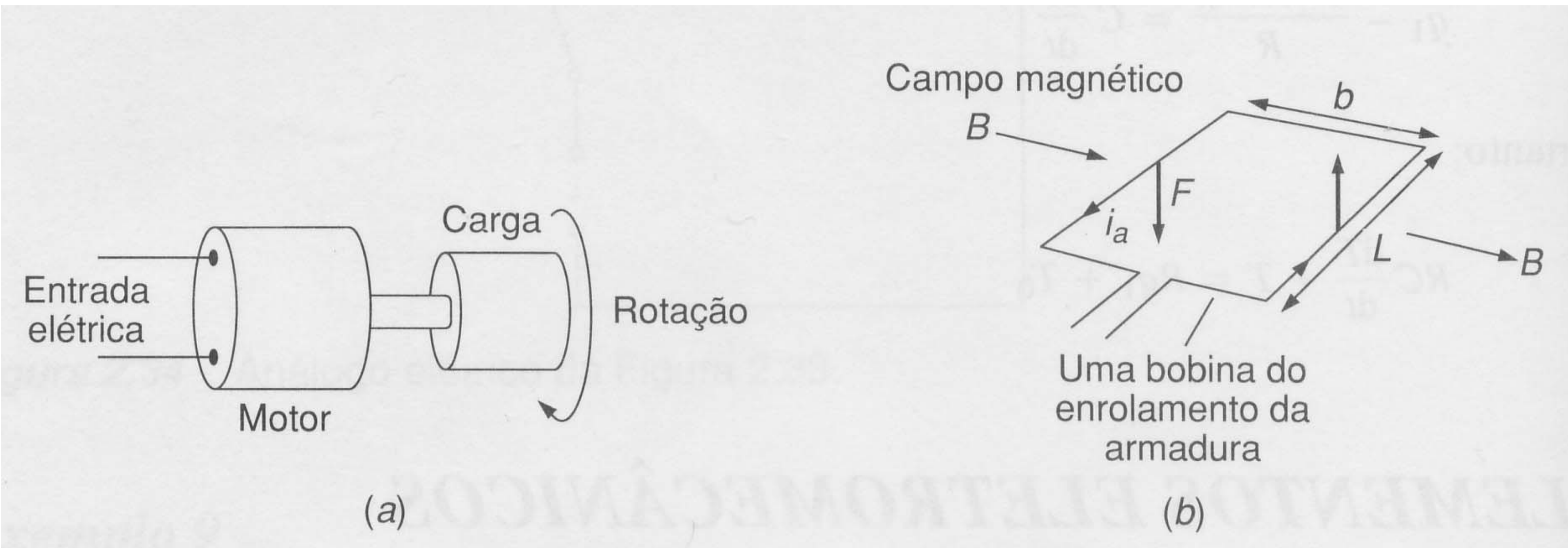
Potenciômetro



$$\frac{v_o}{V} = \frac{\theta}{\theta_{máx}}$$

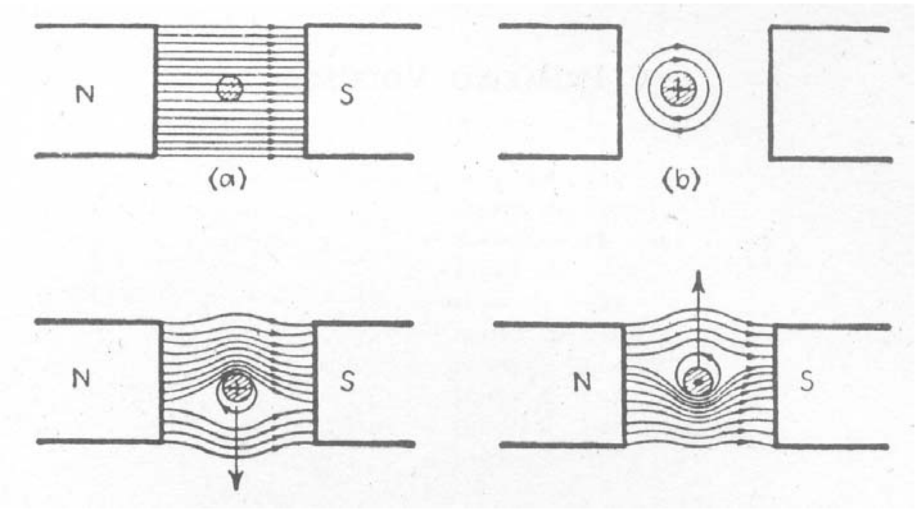
$$\frac{saída}{entrada} = \frac{v_o}{V} = \frac{\theta}{\theta_{máx}} = constante \times \theta$$

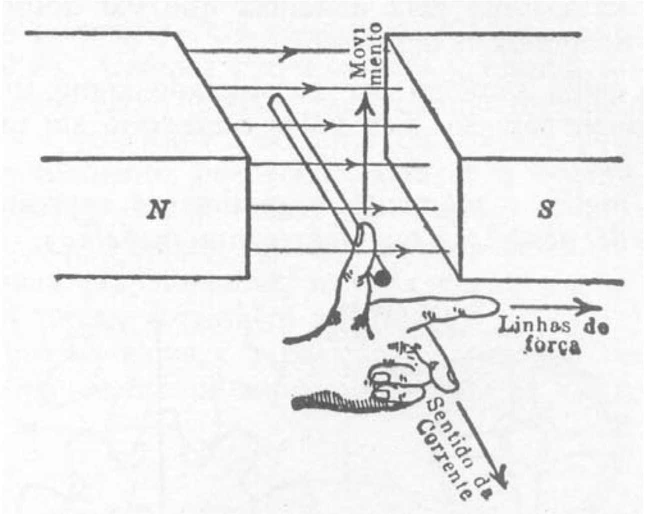
O Motor CC

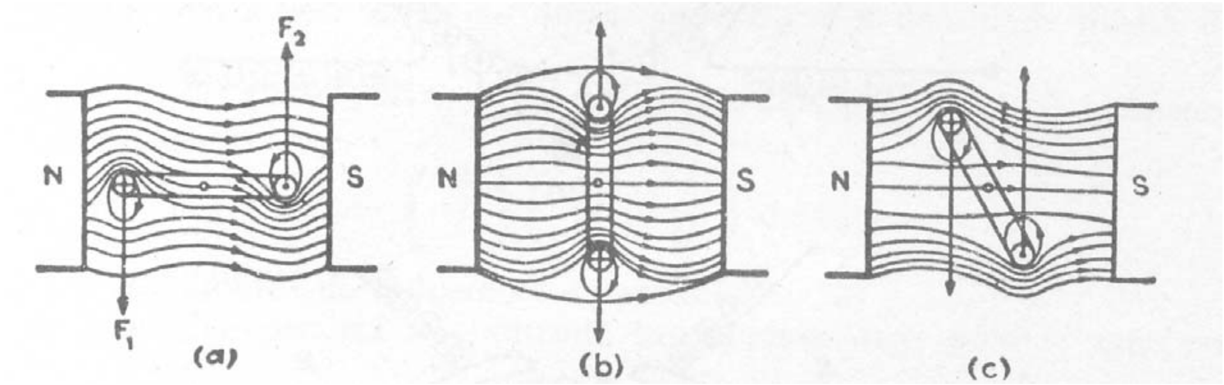


(a) Acionando uma carga
(b) Princípio básico de um motor

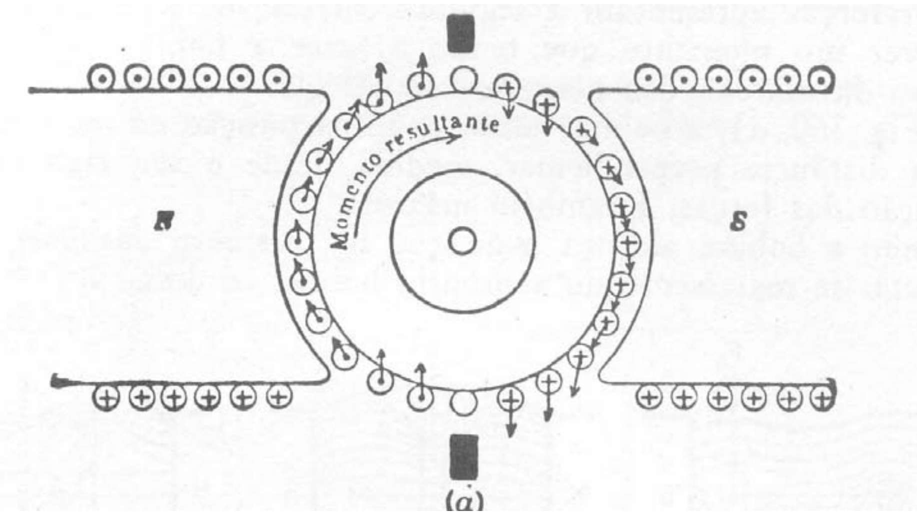
Princípio de funcionamento do motor CC

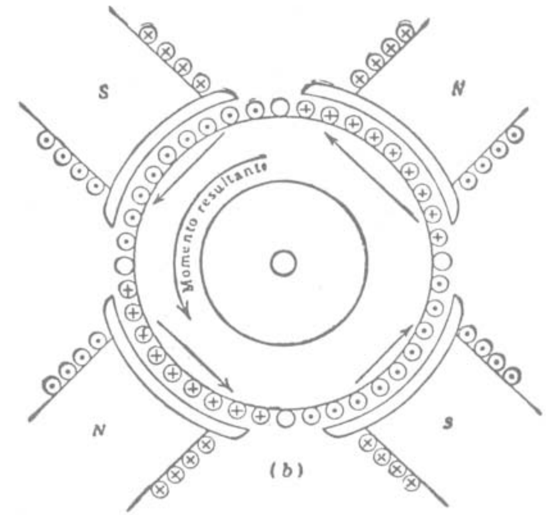


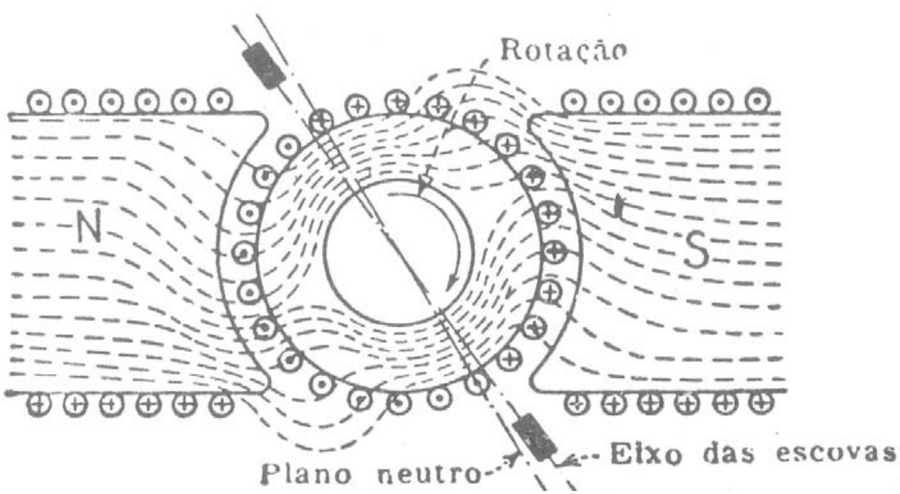


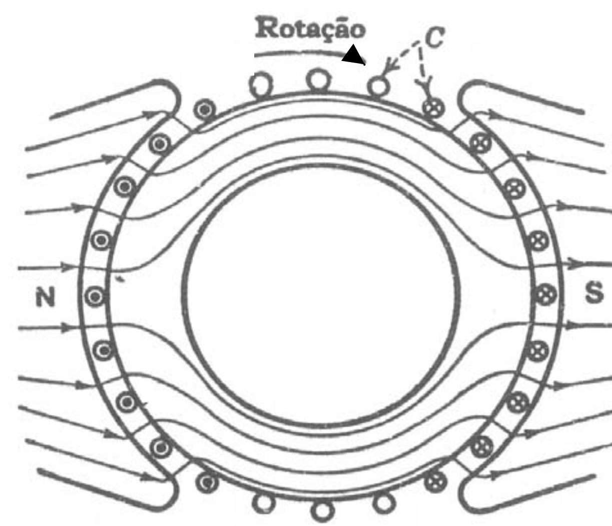


Princípio de funcionamento do motor CC

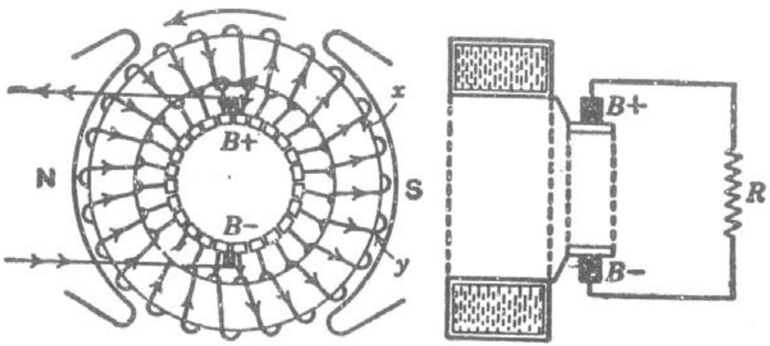


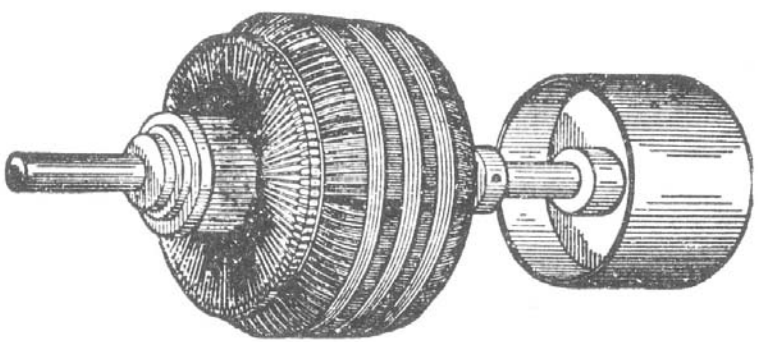


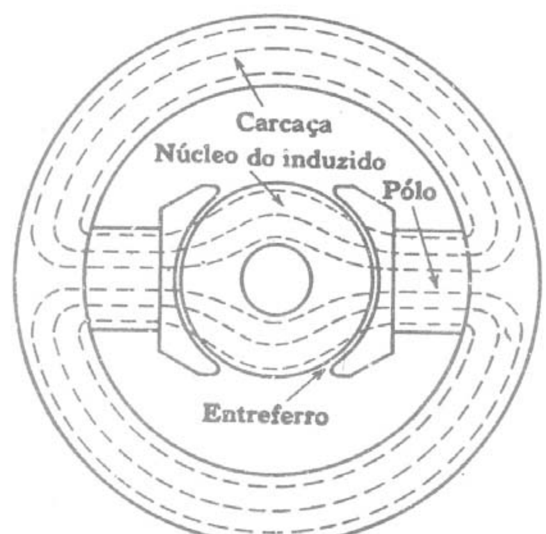




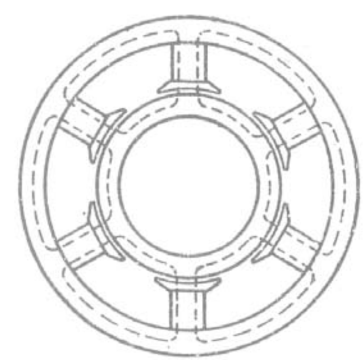
Princípio de funcionamento do motor CC







Máquina bipolar

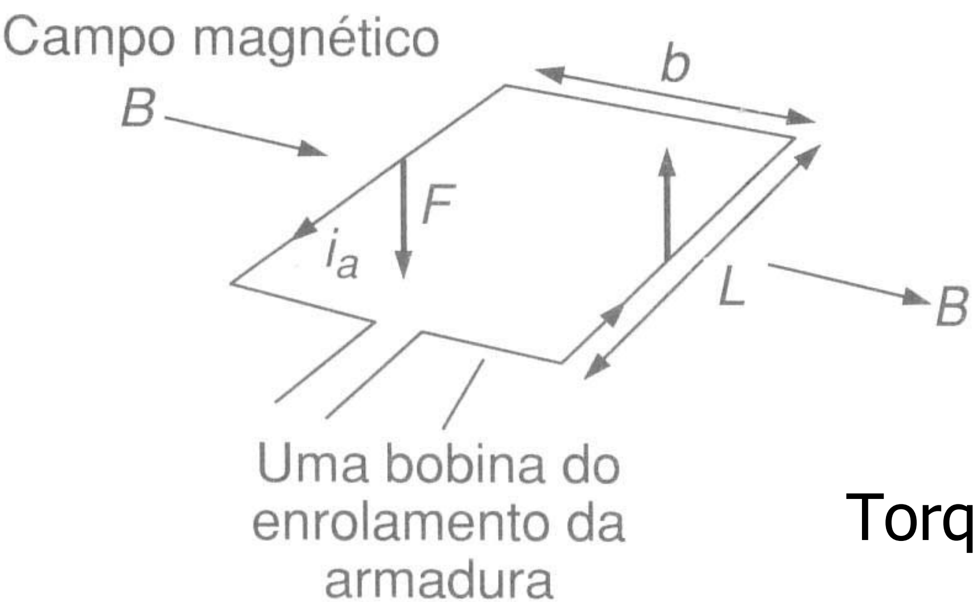


Máquina hexapolar

Motor CC

Converte um sinal de entrada elétrico em um sinal de saída mecânico

- Enrolamento de armadura – bobina
- Enrolamento de campo



$$F = Bi_a L \operatorname{sen} \alpha$$

$$\alpha = 90^o$$

Com N espiras

$$F = NBi_a L$$

Torque no enrolamento

$$T = NBi_a Lb$$

$$NLb = k_1 = constante$$ $$T = k_1 B i_a$$

A armadura é uma bobina girante em um campo magnético.
A força contra-eletromotriz (fcem) é:

$$v_b = k_2 B \omega$$

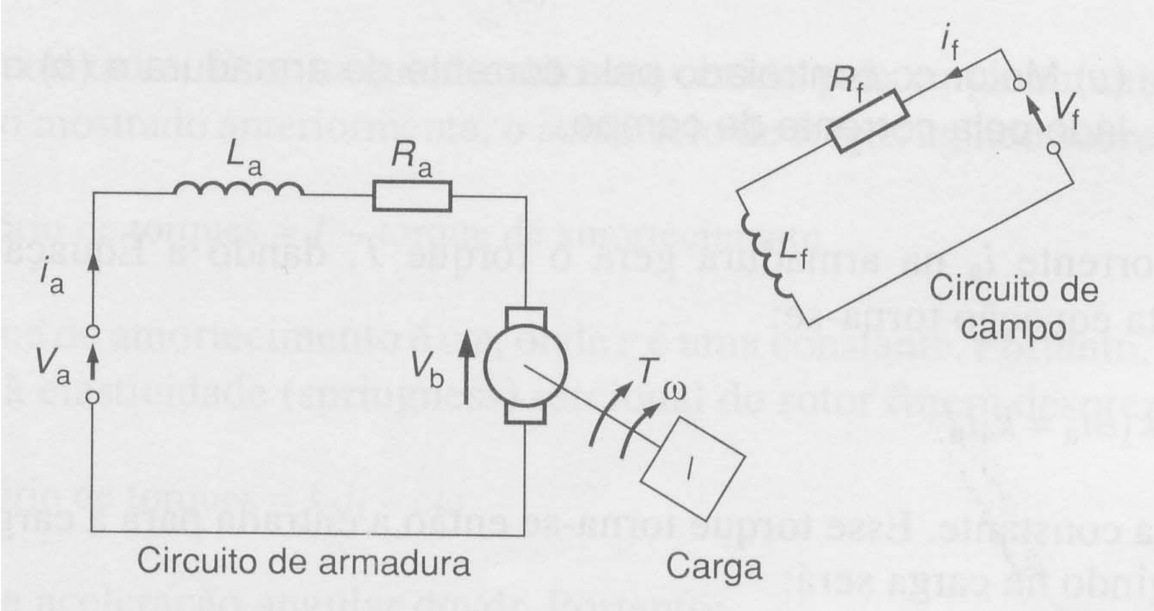
ω = velocidade angular
K_2 =constante

Motor Controlado pela Corrente de Armadura

B = constante $\qquad v_b = k_3\omega \qquad$ K_3 =constante

i_f = corrente de campo = constante

O motor é controlado ajustando-se a tensão de armadura v_a



$$v_a - v_b = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a \qquad\qquad v_a - k_3\omega = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

A corrente i_a na armadura gera o torque T

$$T = k_1 B i_a = k_4 i_a$$

$$Somatório\ de\ Torques = T - torque\ de\ amortecimento$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

Eqs para o motor controlado pela corrente de armadura

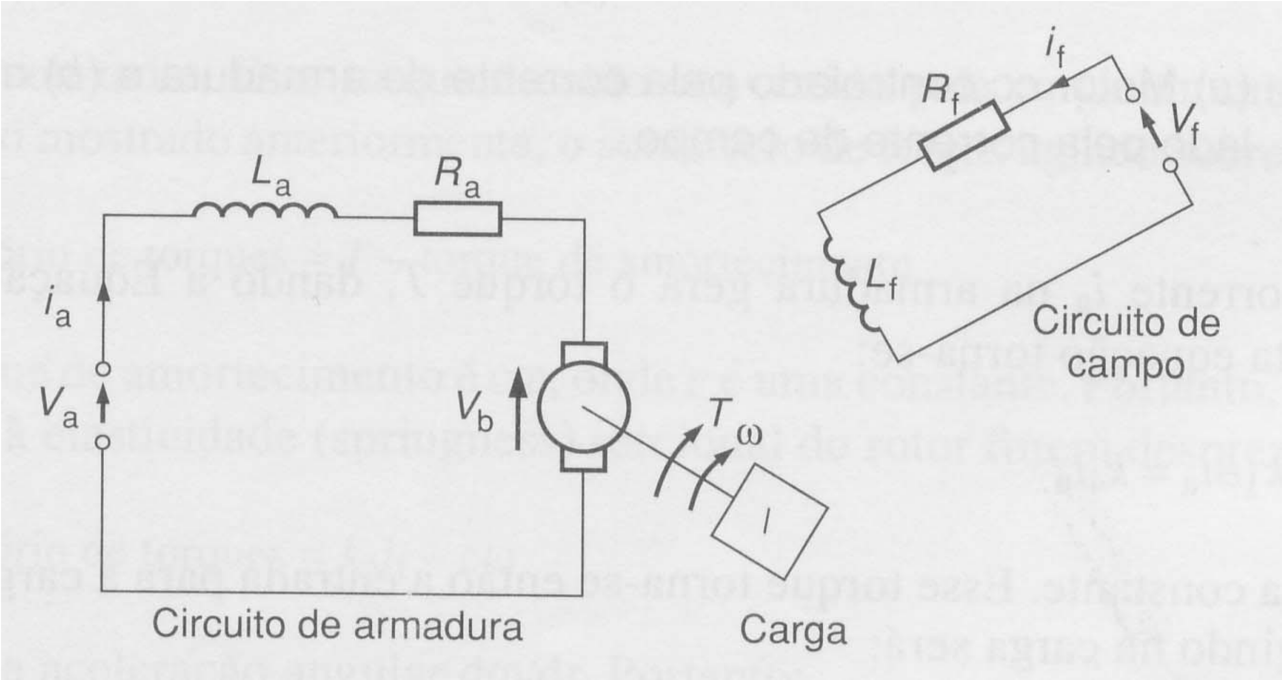
$$v_a - k_3\omega = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = k_4 i_a - c\omega$$

Motor Controlado pela Corrente de Campo

i_a = corrente de armadura = constante

O motor é controlado ajustando-se a tensão de campo v_f



$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

A densidade de fluxo B é proporcional a corrente de campo i_f e i_a é constante

$$B = k \cdot i_f \qquad T = k_1 B i_a = k_5 i_f$$

$$Somatório\ de\ Torques = T - torque\ de\ amortecimento$$

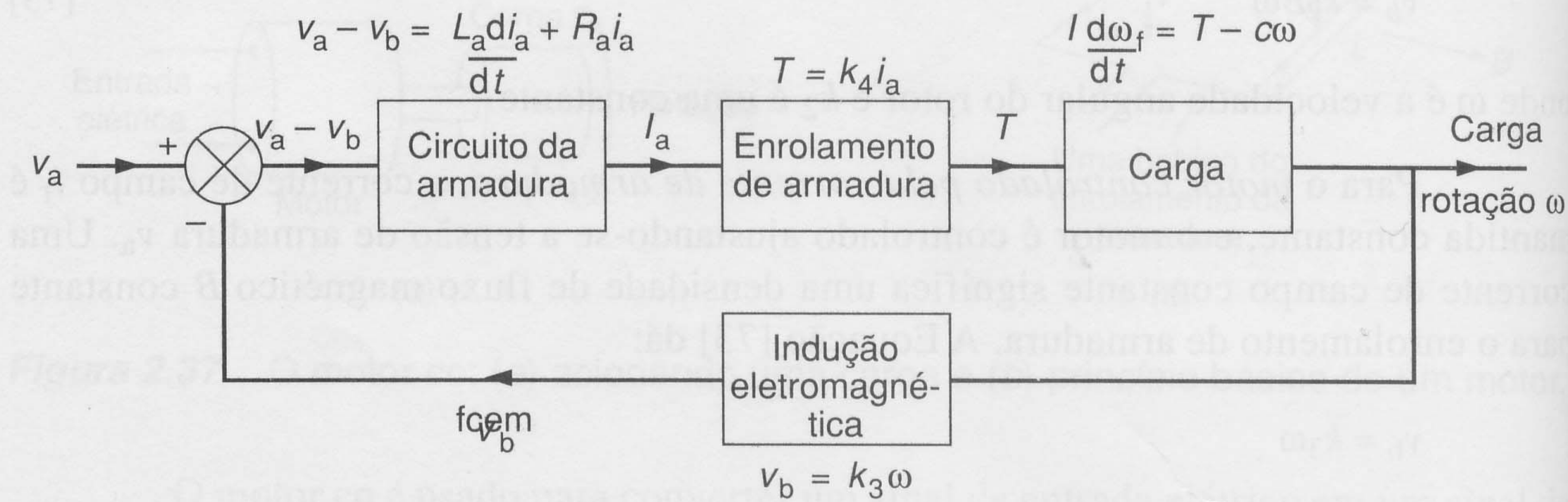
$$I\frac{d\omega}{dt} = k_5 i_f - c\omega$$

Eqs para o motor controlado pela corrente de campo

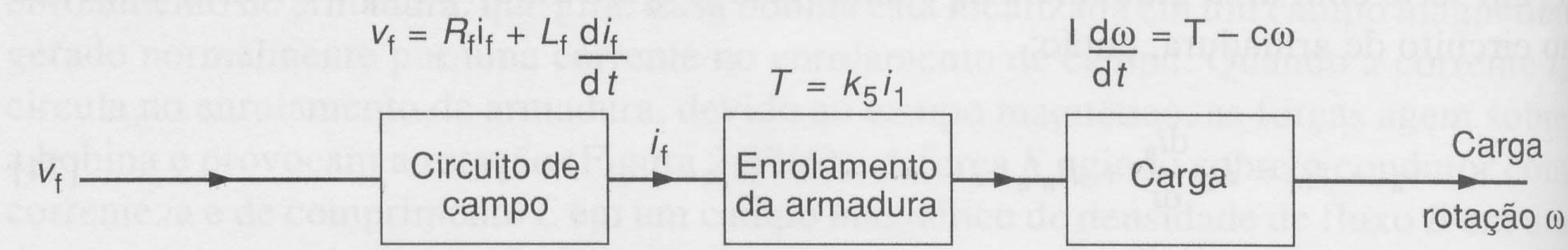
$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

$$I\frac{d\omega}{dt} = k_5 i_f - c\omega$$

Diagrama de blocos para os motores

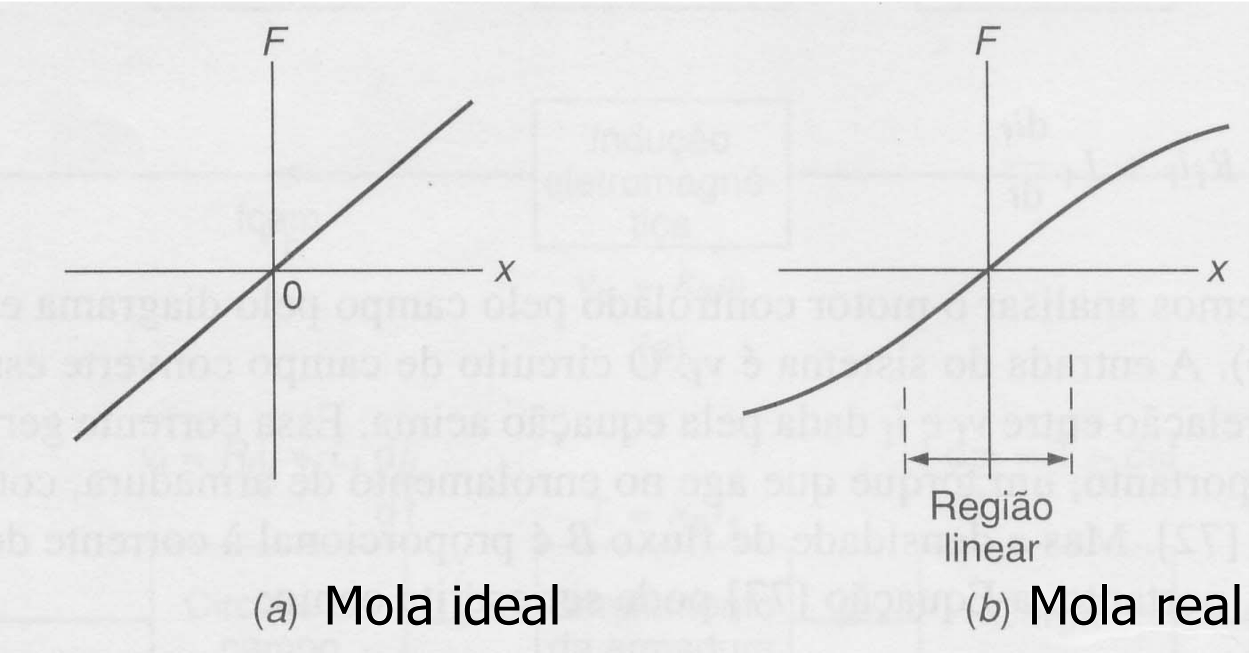


(*a*) Controlado pela corrente de armadura

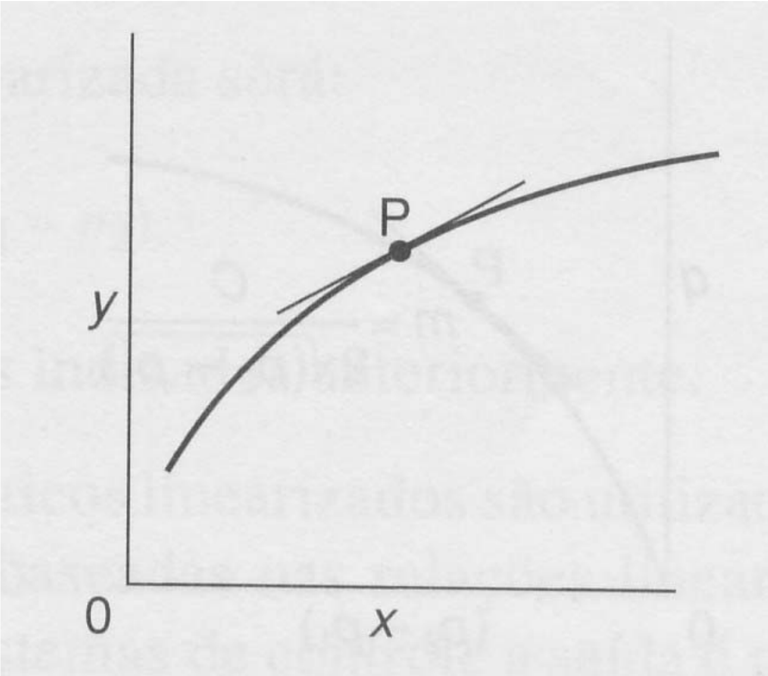


(*b*) Controlado pela corrente de campo

LINEARIDADE



$$F = kx$$



Relação não-linear

$$\Delta y = m \Delta x$$

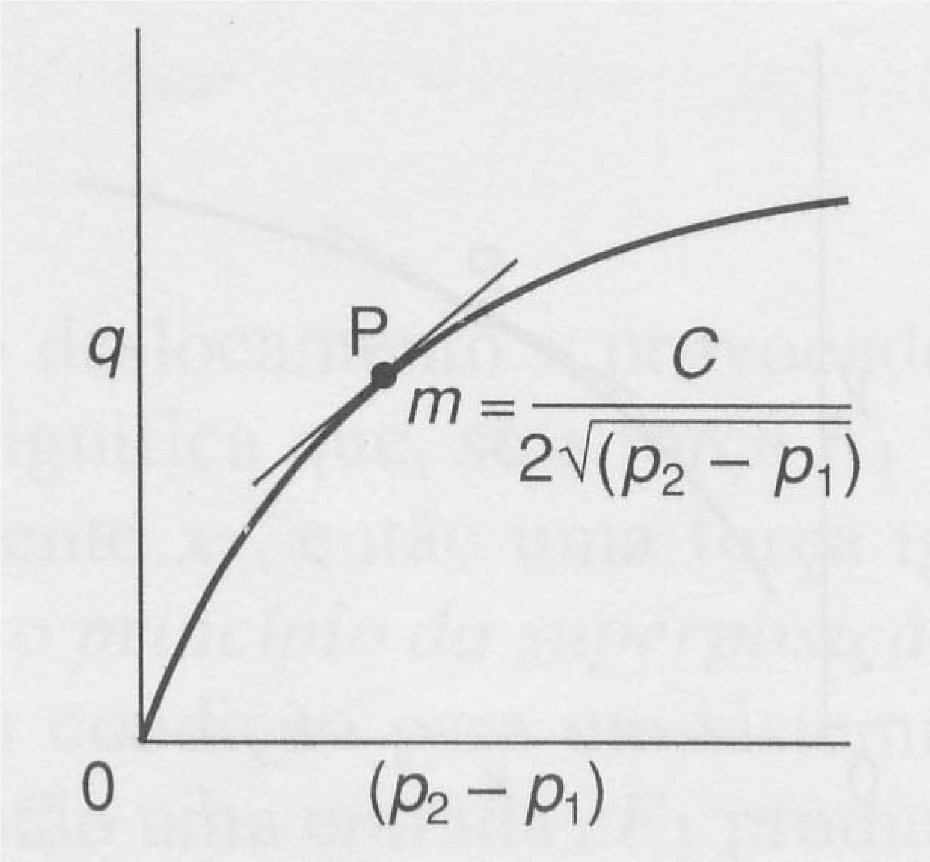
Eq. Linearizada no ponto de operação P

Exemplo: Velocidade de escoamento de líquido q em um orifício

$$q = C_d A \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad q = C\sqrt{(p_1 - p_2)}$$

$$m = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{d\left[C\sqrt{(p_1 - p_2)}\right]}{d(p_1 - p_2)} = \frac{C}{2\sqrt{(p_{o1} - p_{o2})}}$$

Para pequenas variações no ponto de operação



$$\Delta q = m\Delta(p_1 - p_2)$$

$$q = q_o + m\Delta(p_1 - p_2)$$

Exemplo

Se $C = 2 \, {m^3}/{s.kPa}$

Ponto de operação $(p_{o1} - p_{o2}) = 4 \, kPa$

$$m = \frac{C}{2\sqrt{(p_{o1} - p_{o2})}} = \frac{2}{2\sqrt{4}} = 0{,}5$$

$$\Delta q = m\Delta(p_1 - p_2) = 0{,}5\Delta(p_1 - p_2)$$

$$q_o = C\sqrt{(p_{o1} - p_{o2})} = 2\sqrt{4} = 4\frac{m^3}{s}$$

$$q = q_o + m[(p_1 - p_2) - (p_{o1} - p_{o2})] = 4 + 0{,}5[(p_1 - p_2) - 4]$$

Se o orifício é uma válvula de controle de vazão, a área é ajustada para variar o fluxo. Neste caso *q* varia com *A* e *p*

$$q = CA\sqrt{(p_1 - p_2)}$$

$$m_1 = \frac{dq}{dA} = C\sqrt{(p_1 - p_2)}$$

$$m_2 = \frac{dq}{d(p_1 - p_2)} = \frac{CA}{2\sqrt{(p_{o1} - p_{o2})}}$$

$$\Delta q = m_1 \Delta A + m_2 \Delta(p_1 - p_2)$$

$$q = q_o + m_1 \Delta A + m_2 \Delta(p_1 - p_2)$$

Exemplo

Um termistor é usado para medir temperatura em um sistema de controle. A relação entre a resistência *R* do termistor e sua temperatura *T* é dada por: $R = k\, e^{-cT}$

Linearizar essa equação no ponto de operação T_o

Solução

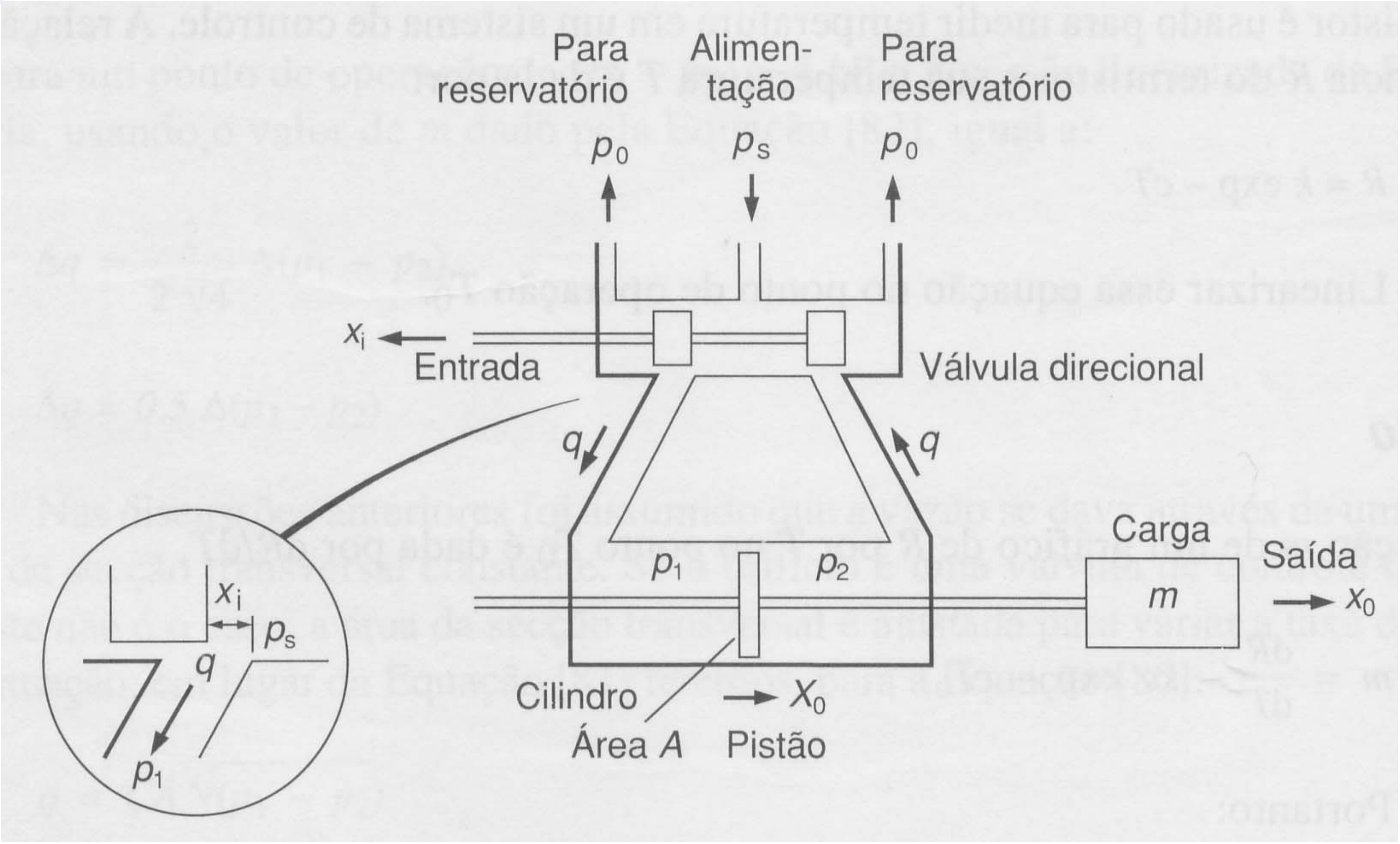
$$m = \left.\frac{dR}{dT}\right|_{T=T_o} = -kc\, e^{-cT_o}$$

$$\Delta R = m\Delta T = \left(-kc\, e^{-cT_o}\right)\left(T - T_o\right)$$

$$R = R_o + m\Delta T = k\, e^{-cT_o} + \left(-kc\, e^{-cT_o}\right)\left(T - T_o\right)$$

$$R = k\, e^{-cT_o}\left[1 - c\left(T - T_o\right)\right]$$

ELEMENTOS MECÂNICO-HIDRÁULICOS



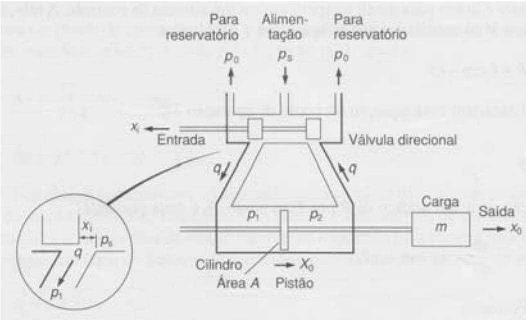
A vazão através da válvula, na forma linearizada é

$$q = q_o + m_1 \Delta A + m_2 \Delta (p_1 - p_2)$$

✓Para o fluido entrando na câmara a diferença de pressão é (p_s-p_1) e para a saída (p_2-p_o)
✓Linearização no ponto de operação da válvula fechada, logo q_o = 0,
✓A área é proporcional a x_i,
✓A variação na pressão no lado de entrada do pistão é -Δp_1 relativa a p_s,
✓A variação na pressão no lado da saída é Δp_2 relativa a p_o.

Para a abertura de entrada $$q = m_1 x_i + m_2(-\Delta p_1)$$

Para a saída $$q = m_1 x_i + m_2 \Delta p_2$$



Somando as duas eqs

$$2q = 2m_1 x_i - m_2(\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

$$q = m_1 x_i - m_3(\Delta p_1 - \Delta p_2) \qquad [*]$$

$$m_3 = \frac{m_2}{2}$$

Volume do cilindro é $A.x_o$

Para o cilindro a variação de volume é:

$$q = A\frac{dx_o}{dt} + q_L$$

q_L é a taxa de vazamento

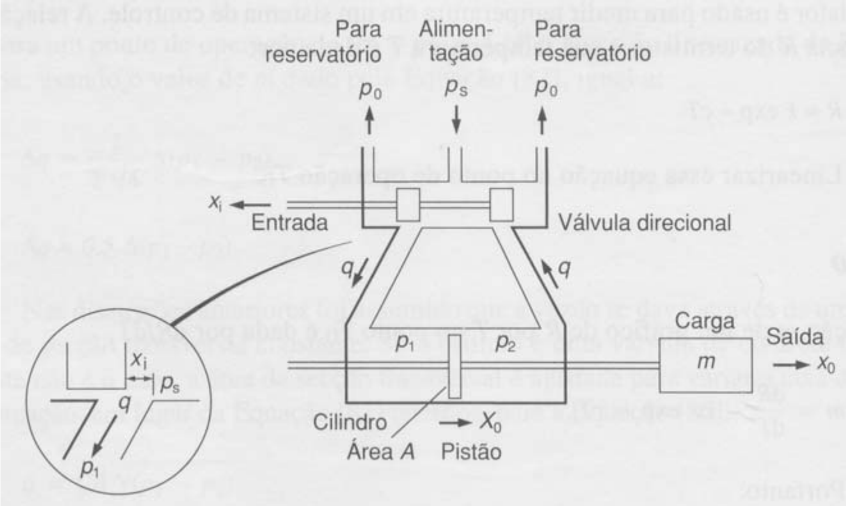
Substituindo q da eq. [*]

$$m_1 x_i - m_3(\Delta p_1 - \Delta p_2) = A\frac{dx_o}{dt} + q_L \qquad [**]$$

O vazamento q_L ocorre na abertura entre o pistão e o cilindro, portanto de área constante

$$q_L = m_4(\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

Substituindo q_L na eq. [**]



$$m_1 x_i - m_3(\Delta p_1 - \Delta p_2) = A\frac{dx_o}{dt} + m_4(\Delta p_1 - \Delta p_2)$$

$$m_1 x_i - (m_3 + m_4)(\Delta p_1 - \Delta p_2) = A\frac{dx_o}{dt} \qquad [***]$$

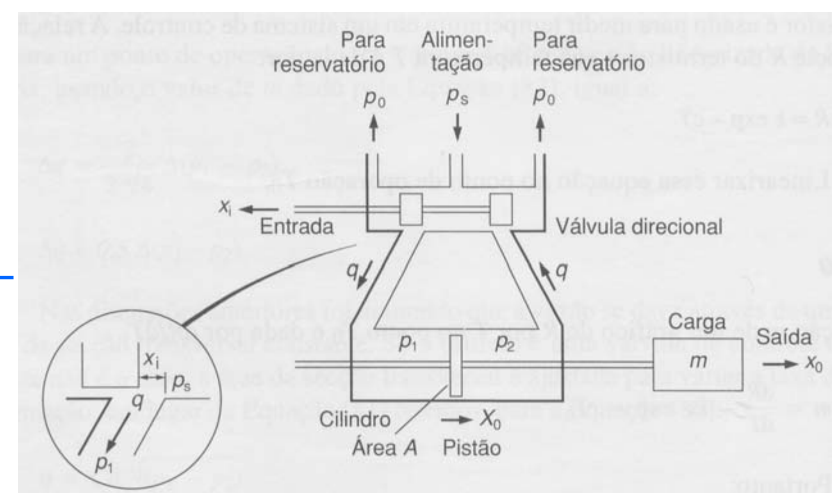
A força exercida na carga devido a diferença de pressão é $= (\Delta p_1 - \Delta p_2)A$

Amortecimento devido ao atrito $= c\dfrac{dx}{dt}$

Segunda Lei de Newton

$$\sum F = ma$$

$$m\frac{d^2 x_o}{dt^2} = (\Delta p_1 - \Delta p_2)A - c\frac{dx_o}{dt}$$



Rearranjando essa equação:

$$(\Delta p_1 - \Delta p_2) = \frac{m}{A}\frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{c}{A}\frac{dx_o}{dt}$$

Substituindo pela diferença de pressão na equação [***]

$$m_1 x_i - (m_3 + m_4)\left(\frac{m}{A}\frac{d^2 x_o}{dt^2} + \frac{c}{A}\frac{dx_o}{dt}\right) = A\frac{dx_o}{dt}$$

Rearranjando

$$\frac{(m_3 + m_4)m}{A}\frac{d^2 x_o}{dt^2} + \left(A + \frac{c\left(m_3 + m_4\right)}{A}\right)\frac{dx_o}{dt} = m_1 x_i$$

Esta eq. pode ser simplificada

$$\frac{(m_3+m_4)m}{A}\frac{d^2x_o}{dt^2}+\left(\frac{A^2+c\left(m_3+m_4\right)}{A}\right)\frac{dx_o}{dt}=m_1x_i$$

$$\frac{(m_3+m_4)m}{A^2+c\left(m_3+m_4\right)}\frac{d^2x_o}{dt^2}+\frac{dx_o}{dt}=\frac{Am_1}{A^2+c\left(m_3+m_4\right)}x_i$$

$$\tau\frac{d^2x_o}{dt^2}+\frac{dx_o}{dt}=k\ x_i$$

onde:

$$\tau=\frac{(m_3+m_4)m}{A^2+c\left(m_3+m_4\right)}$$

$$k=\frac{Am_1}{A^2+c\left(m_3+m_4\right)}$$

Exercícios

Exercício para a próxima semana: Exercício 1 ao 7 e 9 ao 14, página 111, Livro *Engenharia de Controle,* W. Bolton, Makron Books, 1995.