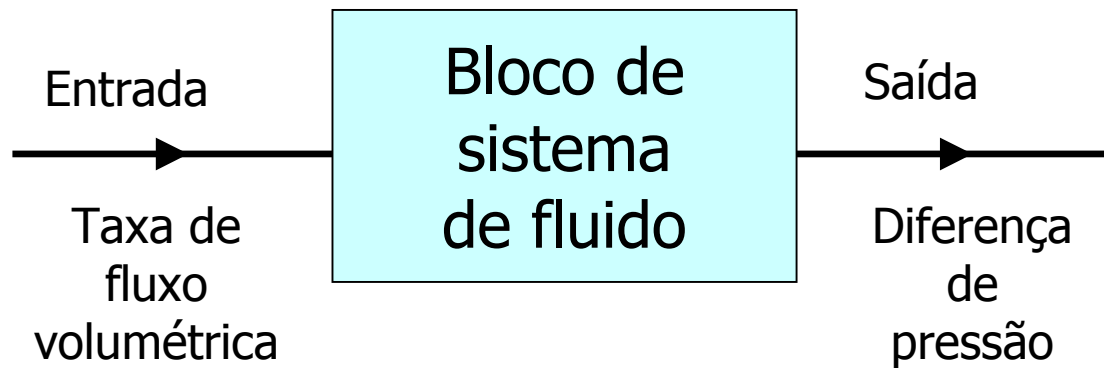


SISTEMAS DE FLUIDOS

Representação de um sistema de fluido



Sistemas de fluidos

- Hidráulicos
- Pneumáticos

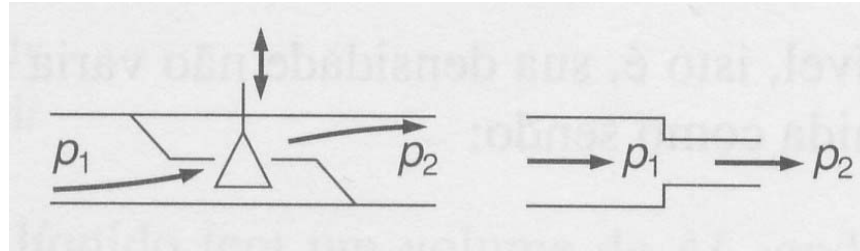


SISTEMAS HIDRÁULICOS

Elementos dos sistemas hidráulicos

- Resistência Hidráulica
- Armazenamento
 - *Acumulo de fluido*
 - *Capacitância hidráulica*
- Inércia hidráulica

RESISTÊNCIA HIDRÁULICA

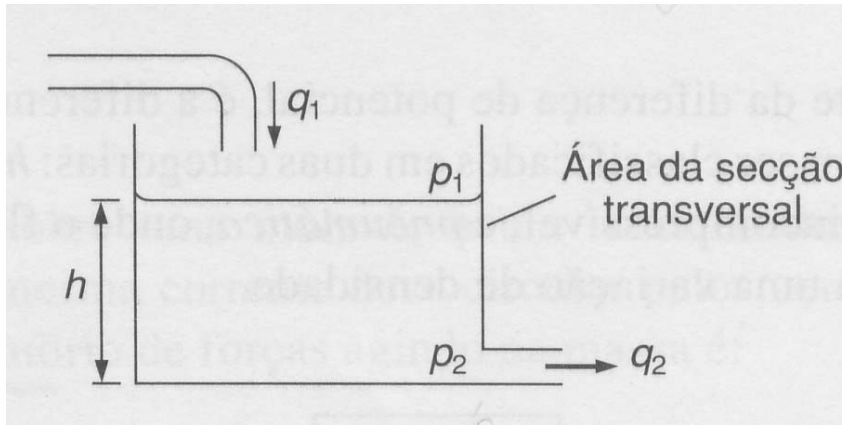


$$p_1 - p_2 = Rq$$

$$q = \vec{V}A$$

$$q = \frac{\Delta p}{R}$$

Capacitância hidráulica



$$q_1 - q_2 = \frac{dV}{dt}$$

mas $V = Ah$

$$q_1 - q_2 = \frac{d(Ah)}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

A diferença de pressão entre entrada e saída

$$p_1 = p_{atm}$$

\Rightarrow

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho gh \equiv p$$

$$p_2 = p_{atm} + \rho gh$$

$$q_1 - q_2 = A \frac{d(p/\rho g)}{dt} = \frac{A}{\rho g} \frac{dp}{dt}$$

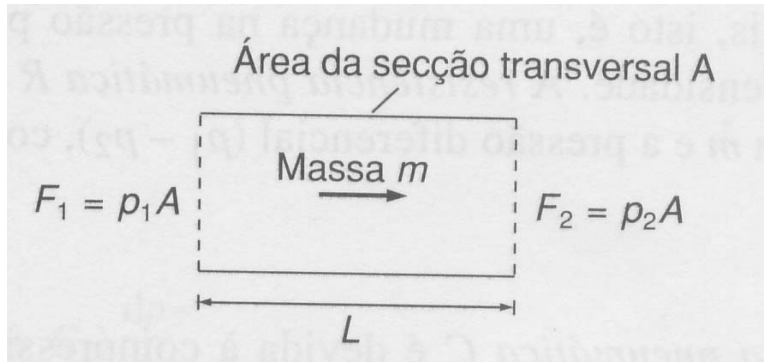
Líquido incompresível

$$C = \frac{A}{\rho g} \quad \Rightarrow \quad q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt}$$

Integrando

$$p = \frac{1}{C} \int (q_1 - q_2) dt$$

Inércia hidráulica



Para acelerar um fluido e aumentar sua velocidade é necessário uma Força

Força $F_1 - F_2 = p_1 A - p_2 A = (p_1 - p_2) A$

2ª lei de Newton $\sum F = ma$

$$(p_1 - p_2) A = ma = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$(p_1 - p_2)A = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

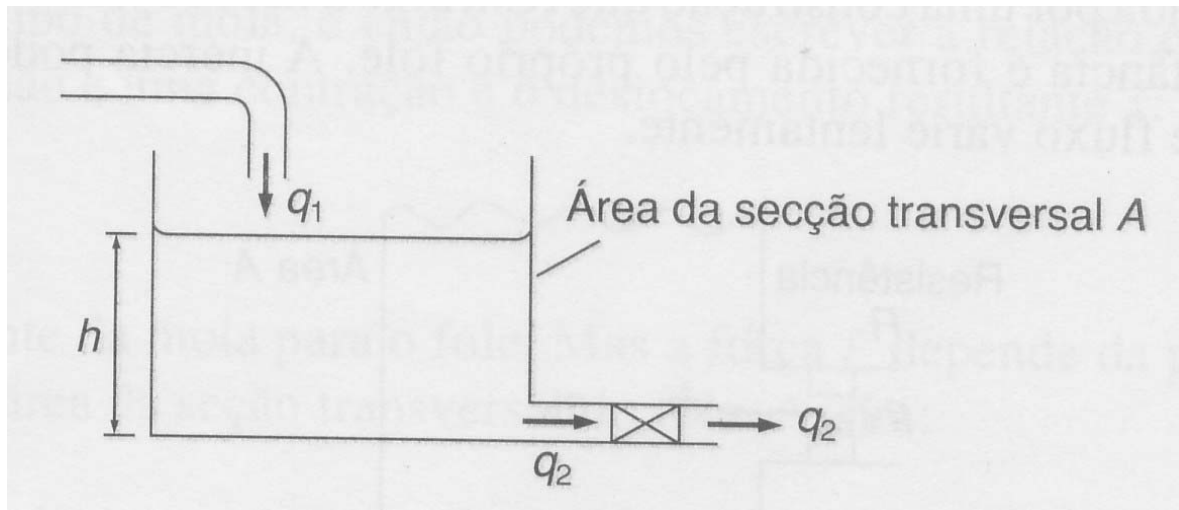
A massa de líquido tem volume $= AL$ $m = AL\rho$

$$(p_1 - p_2)A = AL\rho \frac{d\vec{V}}{dt} \quad q = A\vec{V}$$

$$(p_1 - p_2)A = L\rho \frac{dq}{dt} \quad (p_1 - p_2) = I \frac{dq}{dt}$$

onde $I = \frac{L\rho}{A}$ = Inércia hidráulica

Construindo um Modelo para um Sistema de Fluidos



$$q_1 - q_2 = C \frac{dp}{dt} \quad (a)$$

A razão q_2 na qual o líquido passa pela válvula é

$$p = Rq_2 = \rho gh \quad q_2 = \frac{p}{R} = \frac{\rho gh}{R}$$

A pressão deve-se a altura de líquido no recipiente.
Substituindo q_2 na eq. (a)

$$q_1 - \frac{p}{R} = C \frac{dp}{dt}$$

Se $p = \rho gh$

$$q_1 - \frac{h\rho g}{R} = C \frac{d(h\rho g)}{dt}$$

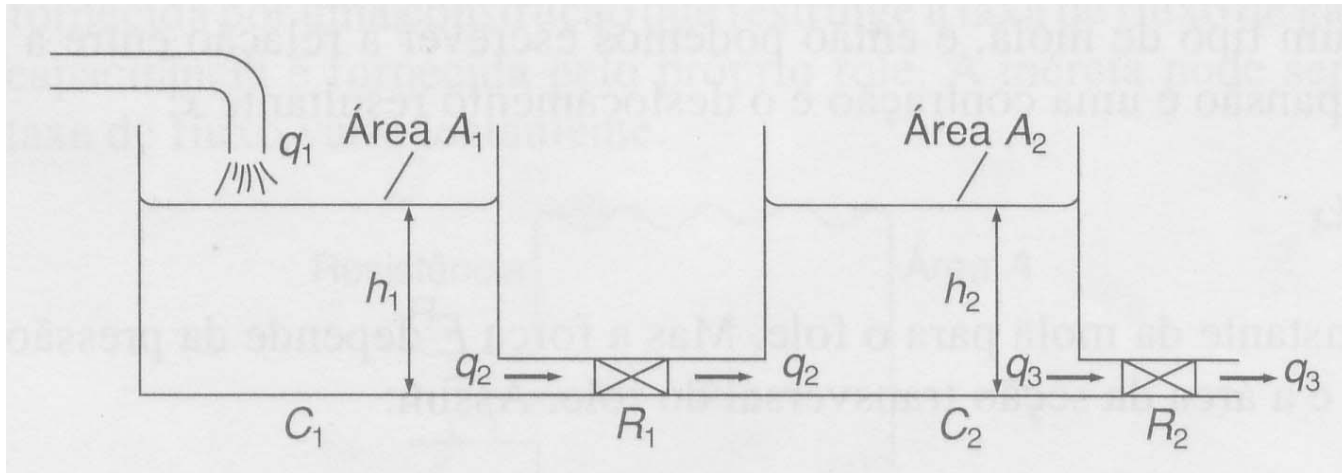
Se $C = A/\rho g$

$$q_1 = A \frac{dh}{dt} + \frac{h\rho g}{R}$$

Essa equação mostra como a altura de um líquido em um recipiente depende da taxa de entrada do líquido no recipiente

Exemplo

A Figura mostra um sistema hidráulico. Determinar as equações que descrevem como a altura do líquido nos dois recipientes variará com o tempo. Desprezar a energia a cinética.



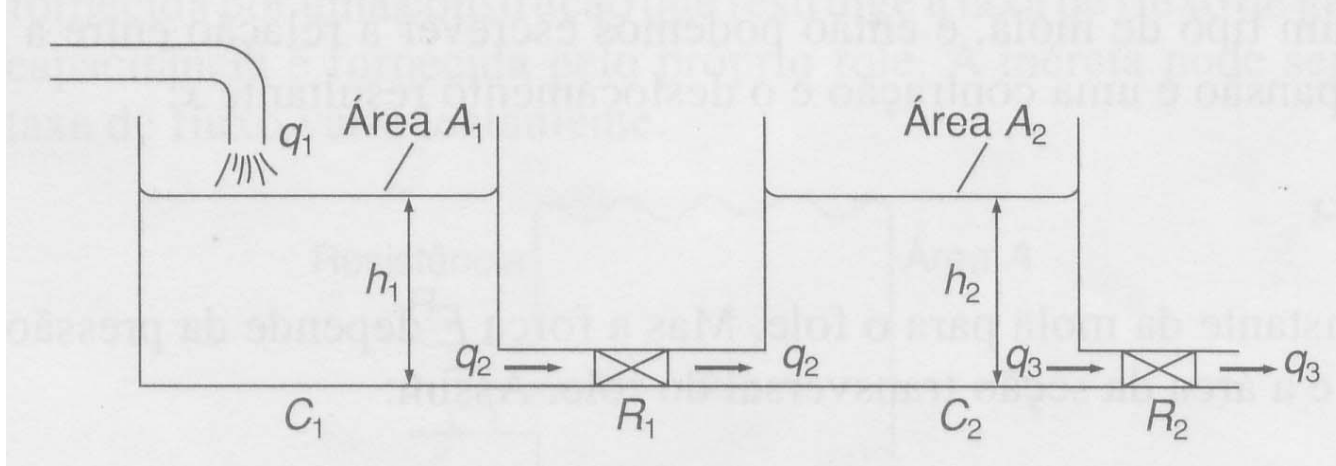
Recipiente 1

$$q_1 - q_2 = C_1 \frac{dp}{dt}$$

$$p = h_1 \rho g$$

$$C_1 = \frac{A_1}{\rho g}$$

$$q_1 - q_2 = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

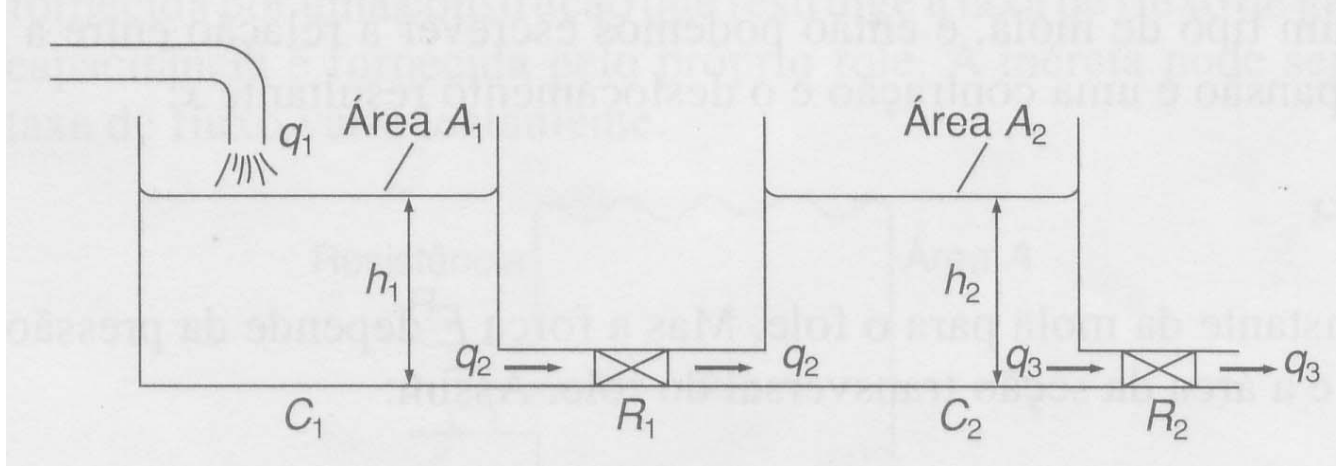


A taxa q_2 na qual o líquido deixa o recipiente é:

$$q_2 = \frac{p}{R_1} \quad q_2 = \frac{(h_1 - h_2)\rho g}{R_1}$$

$$q_1 - \frac{(h_1 - h_2)\rho g}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad (d^*)$$

Essa eq. Descreve como a altura de líquido no recipiente 1 depende da vazão de entrada e da altura de líquido no recipiente 2



Recipiente 2

$$q_2 - q_3 = C_2 \frac{dp}{dt}$$

$$p = h_2 \rho g$$

$$C_2 = \frac{A_2}{\rho g}$$

$$q_2 - q_3 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Para o fluxo q_3

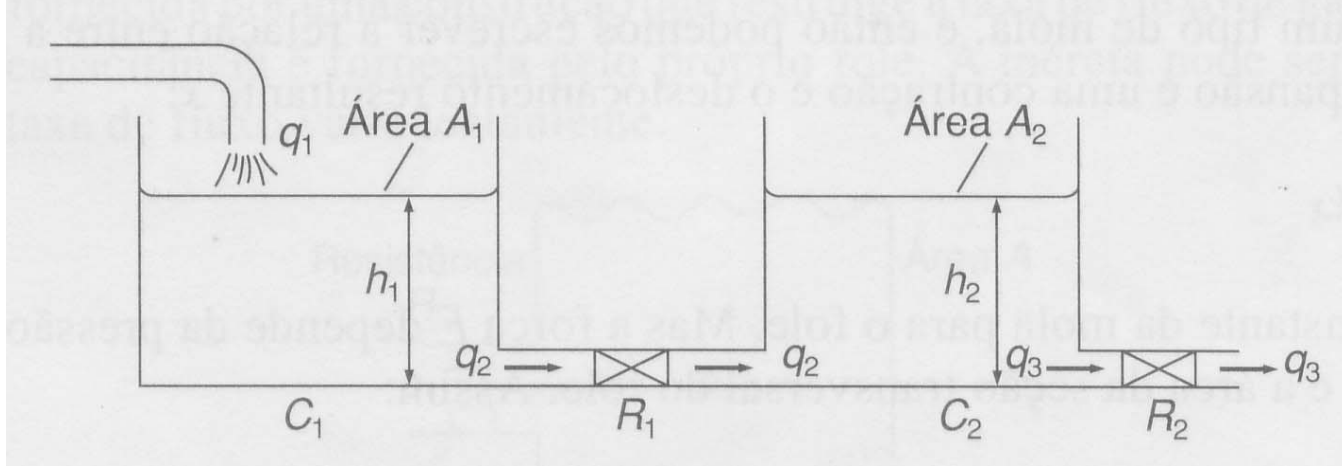
$$q_3 = \frac{p_2}{R_2}$$

$$q_3 = \frac{h_2 \rho g}{R_2}$$

$$q_2 - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

$$\frac{(h_1 - h_2) \rho g}{R_1} - \frac{h_2 \rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad (e^*)$$

Essa eq. descreve como a altura de líquido no recipiente 2 varia. Assim, as eqs (d*) e (e*) descrevem as variações na altura de líquido nos dois recipientes

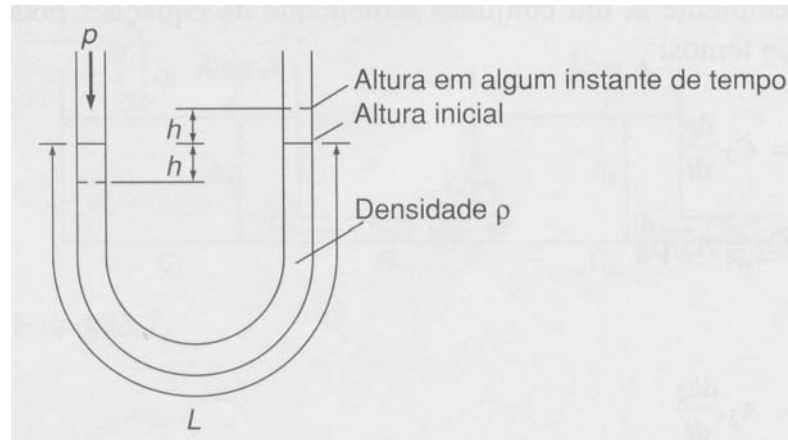


$$q_1 - \frac{(h_1 - h_2)\rho g}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

$$\frac{(h_1 - h_2)\rho g}{R_1} - \frac{h_2\rho g}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Exemplo

A Figura mostra um tubo em U contendo um líquido. Derivar uma expressão que indique como a diferença de altura entre os dois braços varia com o tempo quando a pressão acima do líquido em um dos braços aumenta.



$$\text{Queda de pressão devido à inércia} = I \frac{dq}{dt}$$

$$\text{Queda de pressão devido à resistência} = Rq$$

$$\text{Queda de pressão devido à capacitância} = \frac{1}{C} \int q dt$$

Se p é igual à soma dessas quedas de pressão:

$$p = I \frac{dq}{dt} + Rq + \frac{1}{C} \int q dt$$

Volume de líquido deslocado $V = Ah$

$$q = \frac{dV}{dt} = \frac{d(Ah)}{dt} = A \frac{dh}{dt}$$

$$p = IA \frac{d^2 h}{dt^2} + RA \frac{dh}{dt} + \frac{A}{C} \int dh$$

Se: $\int dh = 2h$

$$I = \frac{\rho L}{A}$$

$$C = \frac{A}{\rho g}$$

$$p = \rho L \frac{d^2 h}{dt^2} + RA \frac{dh}{dt} + 2h\rho g$$

O sistema tem quedas de pressão devidas à inércia, à resistência e à capacitância somadas

Equivalente eléctrico

